

PHYSIQUE

MÉCANIQUE

&

ÉNERGIE

24 octobre 2013

Préambule :

Ce cours de mécanique et énergie a été écrit au début avec le logiciel de PAO Lyx, une interface graphique au célèbre Latex et aujourd'hui directement en latex. Il a donc été créé dans un environnement (ces deux logiciels tournant sous GNU-Linux) libre dont l'objectif est de contribuer au progrès en mettant à disposition de chacun, pour un coût moindre, le travail de milliers de programmeurs bénévoles. Dans ce cadre, il était naturel de permettre à chaque étudiant d'avoir accès à ce cours librement. C'est pourquoi, à l'instar des logiciels, il est distribué sous licence GFDL, licence de documentation libre. Attention cependant aux images qui ne sont pas toutes sous licence GFDL, mais peuvent être soumises à une autre licence libre ou être dans le domaine public. Cela peut avoir une importance dans certains cas.

Normalement la licence GFDL doit figurer avec le cours. Ce n'est pas le cas et ce pour ne pas allonger trop le texte. Mais le texte de la GFDL se trouve partout sur internet et il suffit d'un moteur de recherche pour le trouver. Par ailleurs, le texte de ce cours est disponible en téléchargement à l'adresse

<http://www.cvgg.org>

Pour tout renseignement complémentaire s'adresser à :

Vincent Guyot

Chapeau-Râblé 37

2300 La Chaux-de-Fonds

vincent@cvgg.org

Copyright 2007 Guyot Vincent

Permission vous est donnée de copier, distribuer et/ou modifier ce document selon les termes de la Licence GNU Free Documentation License, Version 1.1 ou ultérieure publiée par la Free Software Foundation ; avec les sections inaltérables suivantes :

Pas de section inaltérable

avec le texte de première page de couverture suivant :

Physique Mécanique & Énergie

avec le texte de dernière page de couverture suivant :

Pas de texte de dernière page de couverture

Une copie transparente de ce document se trouve à l'adresse suivante :

www.cvgg.org//Accueil/Physique/

REMERCIEMENTS

Je tiens ici à remercier tout particulièrement l'encyclopédie Wikipedia et la NASA, pour les nombreuses illustrations dont ce cours a pu bénéficier. Toutes deux rendent accessibles gratuitement à tous des savoirs importants.

En particulier, je remercie Alain Riazuelo, cosmologue à l'Institut d'Astrophysique de Paris, chercheur au CNRS, pour la magnifique représentation (sous licence libre) d'un trou noir qui fait la couverture de cet ouvrage et qu'il est possible de consulter à l'adresse suivante :

<http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:FY221c15.png>

Il faut aussi évoquer dans ce cadre le magnifique ouvrage de Hans-Peter Nollert et Hanns Ruder Nollert et Ruder (2008) qui présente des images relativistes au voisinage de trous noirs dans l'esprit de celles d'Alain Riazuelo. C'est un ouvrage d'abord pour les yeux, dans l'esprit de découverte de George Gamow, et pour l'esprit par les interrogations qu'il suscite.

L'image de couverture d'Alain Riazuelo est particulièrement adaptée à ce cours. En effet, on verra que l'accent est mis sur la notion de gravitation à travers la chute libre, les satellites et les marées. Évidemment, il s'agit de physique classique. Pas question d'aborder ici la relativité générale, au cœur de la description des trous noirs. Cependant, comme ils sont issus de la plus moderne des théories de la gravitation et qu'aujourd'hui ils sont autant vus à travers la relativité que sous l'angle de la physique quantique, ils sont la conclusion provisoire presque naturelle de notre compréhension de la gravitation dans cette incroyable courbure de l'espace qui les enveloppe.

Il faut aussi remercier les archives visuelles Emilio Segrè pour l'image de la chute de la lune des Principia de Newton, reproduite deux fois dans ce cours (pages 42 et 61). L'image est dans le domaine public et c'est avec leur accord que je la publie, mais comme toujours, c'est le genre d'image qu'il est difficile d'obtenir. Merci à eux de nous la fournir comme illustration centrale de ce cours.

Je tiens enfin à remercier mes collègues MM. Michel Augsburger et surtout Marcel Fiechter pour leur travail, ingrat mais nécessaire, de relecture attentive, de corrections et de suggestions pertinentes qui ont grandement augmenté la qualité de ce cours.

Le chapitre d'introduction est un résumé d'une présentation d'introduction à la physique réalisée avec le logiciel BEAMER. Cette présentation est publiée en licence GFDL à la même adresse (www.cvgg.org) que ce cours. Toutes les images utilisées sont libres (dans le domaine public ou en GFDL) et référencées. Elle constitue un complément à ce cours.

AVERTISSEMENTS

À l'instar des logiciels libres, je décline toute responsabilité relative à l'utilisation de ce cours. Comme je tiens à le mettre aussi vite que possible à disposition de tous, je mets clairement l'accent sur la réalisation de son contenu, plutôt que sur les nombreuses relectures qu'il nécessite assurément. Si la nécessité est claire, le temps manque et il faut faire des choix. J'encourage donc toute personne intéressée à collaborer avec moi à la création de ce cours, sous toute ses formes, à me contacter à l'adresse mail ci-dessus. Reste que si toutes les suggestions de corrections sont les bienvenues, cela ne veut pas dire qu'elles seront prises en considération immédiatement, pour des raisons de temps. Si cela vous semble insuffisant, n'hésitez pas à me faire parvenir vos modifications, corrections, ajouts déjà rédigés sous une forme directement intégrable au cours, en licence GFDL naturellement. Cela me permettra de les reporter plus rapidement dans le cours. Si cela est encore insuffisant, le mieux est de participer directement à la rédaction en prenant contact avec moi.

Table des matières

1	Introduction	17
1.1	Du temps	17
1.2	De l'infiniment grand à l'infiniment petit	17
1.2.1	L'univers	17
1.2.2	Les amas de galaxies	18
1.2.3	Les galaxies	19
1.2.4	Les étoiles	20
1.2.5	Le système solaire	21
1.2.6	La Terre et la Lune	23
	La Terre	23
	La Lune	25
	Les marées	26
1.2.7	Le monde subatomique	28
	Conclusion	32
2	La cinématique	33
2.1	Introduction	33
2.2	Position	33
2.2.1	Dimensions	33
	Une dimension	33
	Deux dimensions	33
	Trois dimensions	33
2.2.2	Système d'axes	33
2.2.3	Position	33
2.2.4	Déplacement	34
2.2.5	Distance parcourue	34
2.3	Vitesse	34
2.3.1	Vitesse moyenne	34
2.3.2	Exemples	34
	Exemple 1	34
	Exemple 2	34
2.3.3	Vitesse instantanée	34
2.4	Accélération	35
2.4.1	Accélération moyenne	35
2.4.2	Exemples	35

	Exemple 1	35
	Exemple 2	35
	Remarque :	35
2.4.3	L'accélération instantanée	35
2.5	Mouvements simples	35
2.5.1	Le mouvement rectiligne uniforme (MRU)	35
	Définition	35
	Propriétés	35
	Un exemple : Apollo en route vers la Lune	36
	Autre exemple : le déplacement d'Andromède	37
2.5.2	Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)	38
	Définition	38
	Propriétés	38
2.5.3	La chute libre	38
	Définition	38
	Propriétés	38
	Expérience	38
	Calculs	38
	Analyse des résultats	39
	Conclusions	40
2.5.4	Balistique	40
	Définition	40
	Propriétés	40
	Équations	40
	Premier exemple	41
	Second exemple	41
2.5.5	La chute libre ... de la Lune	41
2.5.6	Mouvement circulaire uniforme (MCU)	43
	Relation importante	43
2.5.7	Lois de Kepler	44
3	La mécanique	49
3.1	La "mécanique" d'Aristote	49
3.1.1	Introduction	49
3.1.2	Platon	49
3.1.3	Aristote	50
	Cinématique	50
	Dynamique	50
3.2	Mécanique de Newton	52
3.2.1	Introduction	52
3.2.2	Mécanique	53
	Les trois lois de Newton	53
	Force extérieure	54
	Exemples	55
3.2.3	Types de forces	55
	Loi de la gravitation universelle	56
	Le poids	56
	Exemple	57
	Masse et poids	58
	Poids apparent	58

Gravitation et MCU	60
Troisième loi de Kepler	61
Les marées	63
Le frottement	67
Exemple	68
La force d'un ressort	68
Exemple	68
4 L'énergie	71
4.1 Introduction	71
4.2 Travail	71
4.3 Puissance	72
4.4 Énergie potentielle	72
4.5 Énergie cinétique	73
4.6 Théorème de l'énergie cinétique	73
4.7 Conservation de l'énergie mécanique	73
4.8 Variation de l'énergie mécanique	75
4.9 Énergies renouvelables	75
4.9.1 Énergie hydraulique	75
Exemple	76
Types de turbines	77
Alternateur	77
Problèmes rencontrés	77
4.9.2 Énergie éolienne	78
4.9.3 Énergie solaire	79
Énergie solaire thermique	79
Énergie solaire électrique	81
4.9.4 Énergie géothermique	82
4.10 Énergies non renouvelables	82
4.10.1 Énergie nucléaire	83
Fission	83
Déchets radioactifs	84
Accidents nucléaires	85
Fusion	85
4.10.2 Énergie de combustion : pétrole et gaz	85
5 Thermodynamique	89
5.1 Introduction	89
5.2 Température	89
5.2.1 Celsius	89
5.2.2 Fahrenheit	89
5.2.3 Kelvin	90
5.2.4 Agitation moléculaire	90
5.3 Dilatation	90
5.4 Chaleur	91
5.4.1 Chaleur spécifique	91
5.4.2 Chaleur latente	91
5.5 Énergie thermique	92
5.5.1 Premier principe	93

A	Systèmes d'unités	95
A.1	Introduction	95
A.2	Opérateur d'unités	95
A.3	Analyse dimensionnelle	96
A.4	Les unités du Système International	97
A.4.1	Exemple	97
A.5	Conversions	97
A.6	Sous-multiples	98
A.7	Notation scientifique	98
A.8	Règles de calcul	99
B	Deux systèmes de coordonnées	101
B.1	Le système de coordonnées circulaires	101
B.1.1	Introduction	101
B.1.2	Description	101
B.2	Coordonnées sphériques	101
B.2.1	Introduction	101
B.2.2	Description	101
B.2.3	Latitude et longitude	102
C	Mesures de distances	103
C.1	La taille de la Terre	103
C.1.1	Le principe	103
C.1.2	Techniquement	104
C.2	La taille de la Lune	105
C.3	La distance Terre-Lune	105
C.4	La distance Terre-Soleil	106
C.5	La distance des étoiles	108
D	Travaux pratiques	109
D.1	Le rapport de laboratoire	109
D.1.1	Plan d'un rapport de travail pratique	110
	Préliminaires	110
	Résumé	110
	But	110
	Théorie	110
	Description de l'expérience	110
	Résultats	110
	Discussion	112
	Conclusion	112
	Annexes	112
D.2	La nébuleuse du Crabe	113
D.2.1	Introduction	113
D.2.2	But du travail pratique	113
D.2.3	Dispositif expérimental	113
D.2.4	Mesures	113
D.2.5	Résultats	113
D.2.6	Analyse	113
D.3	Le pendule simple	113
D.3.1	Les mesures	113

D.3.2	Organisation des données et graphiques	114
D.4	Mouvement simple : MRU	114
D.4.1	Les mesures	114
D.4.2	Organisation des données et graphiques	114
D.4.3	Analyse des résultats	114
D.5	Mouvement simple :	
MRUA	114
D.5.1	But	114
D.5.2	Théorie	115
D.5.3	Les mesures	115
D.5.4	Organisation des données et graphiques	115
D.5.5	Galilée et le plan incliné	115
D.6	La chute libre	115
D.6.1	Cette expérience donnant lieu à un rapport noté, elle n'est pas décrite.	115
D.6.2	Résultats	115
D.7	Le canon horizontal	115
D.8	Le chariot à masse pendante	116
E	Rotations	117
E.1	Rotation de la Terre sur elle-même	117
E.2	Rotation de la Terre autour du Soleil	117
E.3	Rotation du Soleil dans la Voie Lactée	119
E.4	Vitesse et référentiel	119
F	MRUA développements	121
F.1	La position	121
F.2	Une autre relation bien pratique	121
F.2.1	Cinématique	121
F.2.2	Énergie	122
G	Chute de la Lune	123
G.1	Introduction	123
G.2	Accélération	123
G.3	Force de gravitation	124
H	Satellite en orbite géostationnaire	125
H.1	Introduction	125
H.2	Théoriquement	125
H.3	Numériquement	126
H.4	Loi de Kepler	126
I	Relativité	127
I.1	Relativité galiléenne	127
I.2	Transformation galiléenne	128
I.3	Invariance	129
I.4	Forces inertielles	129
I.4.1	Force d'inertie	129
I.4.2	Force centrifuge	130

J	Marées	131
J.1	Introduction	131
J.2	Centre de gravité	131
J.3	Force d'inertie	132
J.3.1	Vitesse angulaire	132
J.3.2	Force d'inertie	132
J.4	Poids relatif	133
J.5	Analyse différentielle	133
J.6	Autres rythmes	133
J.6.1	Décalages	134
J.6.2	Marées de vives et mortes eaux	134
J.6.3	Marées d'équinoxes	134
J.6.4	Marées de périgée et périhélie	135
J.6.5	Marées de déclinaison	135
J.6.6	Retards et marées côtières	135
J.7	Limite de Roche	135
J.7.1	Modèle simplifié	136
J.7.2	Exemples	137
K	Énergies	139
K.1	Introduction	139
K.2	Énergie hydraulique	139
K.3	Énergie éolienne	140
K.3.1	Règle de Betz	140
K.3.2	Éoliennes	141
	Éolienne de Collonges-Dorénaz	141
	Éoliennes du Mont Soleil (Jura suisse)	141
K.4	Géothermie	141
K.5	Énergie de combustion des déchets	142
L	Exercices	143
L.1	Problèmes	143
L.1.1	Relatifs à la conversion d'unités et à la notation scientifique	143
L.1.2	Relatifs aux notions de déplacement, position et distance parcourue	143
L.1.3	Relatifs à la notion de vitesse	144
L.1.4	Relatif à la notion d'accélération	144
L.1.5	Relatif au MRU	145
L.1.6	Relatif au MRUA	145
L.1.7	Relatifs à la physique aristotélicienne	146
L.1.8	Relatifs à la physique newtonienne	146
L.1.9	Relatifs aux forces	147
L.1.10	Relatifs à l'énergie	148
L.1.11	Relatifs à la conservation de l'énergie	148
L.1.12	Relatifs à l'énergie hydraulique	149
L.1.13	Relatifs à l'énergie éolienne	149
L.1.14	Relatifs à l'énergie solaire	149
L.2	Solutions	150

Liste des figures

1.1	L'univers profond	18
1.2	Modèles de courbure	18
1.3	L'évolution du Soleil	19
1.6	Interaction de deux galaxies	20
1.4	Groupe local	20
1.5	Galaxie du Sombrero	20
1.7	Nébuleuse planétaire	21
1.8	Première exoplanète	21
1.11	La taille des planètes	22
1.9	Système solaire	23
1.12	Une comète	23
1.10	La taille des planètes	24
1.13	Étoiles filantes	24
1.14	Les saisons	25
1.15	Les saisons	25
1.16	La terre et la lune	25
1.18	Orbites de la lune et du soleil	26
1.17	Les phases de la lune	27
1.19	Les marées	28
1.20	La nébuleuse du Crabe	28
1.21	L'atome de Bohr	29
1.22	L'atome : onde de probabilité	31
1.23	L'orbitale : onde de probabilité	31
2.1	Un système d'axes en une dimension	34
2.2	La position d'un objet	34
2.3	Apollo 16	36
2.4	Collision Andromède-Voie Lactée	37
2.5	Chute libre	40
2.6	Chute libre	40
2.7	L'idée de la chute de la Lune	42
2.8	L'idée de la chute de la Lune Illustration des Principia.	42
2.9	Chute de la Lune sur la Terre	42
2.10	Mouvement circulaire uniforme	44
2.11	Astronomica pars Optica	45

2.12	Résumé de cinématique	47
3.1	La balance de Cavendish	56
3.2	Loi de la gravitation universelle.	56
3.3	Poids apparent	59
3.4	La sensation des mouvements	60
3.5	L'idée de la chute de la Lune Illustration des Principia.	61
3.6	Pleines et basses mers	63
3.7	Système Terre-Lune	65
3.8	Construction de Proctor	65
3.9	Force de marée	66
3.10	La force de frottement	67
3.11	Freins de wagon	67
3.12	Essieu de wagon	68
3.13	Force élastique d'un ressort	68
3.14	Résumé de mécanique	69
4.1	Puissance	72
4.2	Énergie cinétique et potentielle	74
4.3	Barrage d'Emosson	76
4.4	Turbine Pelton	77
4.5	Ancienne turbine Pelton	77
4.6	Éolienne	78
4.7	Pale d'éolienne	78
4.8	Tube de vent	79
4.9	Solaire thermique	81
4.10	Effet photoélectrique	81
4.11	Cellule photoélectrique	81
4.12	Applications de la géothermie	83
4.13	Fission de l'uranium	84
4.14	Réacteur nucléaire	84
4.15	Combustion du méthane	86
4.16	Résumé de l'énergie	87
5.1	Thermomètres	90
5.2	Changements d'états	92
5.3	Résumé de thermodynamique	94
A.1	Relation de l'arc de cercle	98
B.1	Système de coordonnées circulaires	101
B.2	Système de coordonnées sphériques	102
C.1	Taille de la terre	103
C.2	Taille de la lune	105
C.3	Parallaxe de Mars	106
D.1	Rail horizontal	110
D.2	Chute libre	111
E.1	Le système géocentrique de Tycho Brahé	118

E.2	Le Soleil dans la Voie Lactée	119
F.1	<i>Discours concernant deux sciences nouvelles</i> de Galilée	121
G.1	Chute de la lune	123
H.1	Satellite	125
I.1	Transformation de galilée	128
J.1	Marée	131
J.2	Système Terre-Lune	132
J.3	Système Terre-Lune-eau	132
J.4	Décalage horaire	134
J.5	Vives et mortes eaux	134
J.6	Limite de Roche	136
J.7	Limite de Roche	137
K.1	Le barrage du Châtelot	139
L.1	Le rayon de la Terre par Ératosthène	144
L.2	La poulie	147
L.3	Graphes horaires du MRU.	153
L.4	Chute aristotélicienne de la tour Eiffel.	156
L.5	Une fusée.	156
L.6	Une remorque	157
L.7	Un ascenseur	159

Liste des tableaux

1.1	Tableau des particules élémentaires	30
2.1	Données de la mission Apollo 12	36
2.2	La hauteur en fonction du temps	40
2.3	La vitesse en fonction du temps	40
5.1	Coefficient de dilatation linéaire	91
5.2	Chaleur spécifique	91
5.3	Chaleur latente	92
A.2	Conversions d'unités	97
A.1	Les unités du Système International	98
A.3	Quelques équivalents	98
A.4	Multiples et sous-multiples	99
D.1	Tableau de mesures	111

Introduction

CETTE INTRODUCTION présente en premier lieu l'incontournable notion de temps qui donne à la physique toute sa mesure. Elle extrait du temps commun les cycles particuliers qui ont longtemps rythmé nos vies pour finalement revenir au temps commun si particulier au mouvements des horloges atomiques et des quartz.

Puis, elle souligne le fait que ce mouvement qui nous rythme est toujours celui d'un corps et qu'il ne prend sens que dans le cadre de la description de ce qu'on appelle une structure. Car il est important de marquer que le mouvement n'a lieu que par rapport à une référence, c'est-à-dire par rapport à d'autres corps. Ainsi, tant le mouvement que l'étude du mouvement ne peuvent-ils plus être absolus. L'idée newtonienne de mouvement absolu a fait la place à la relativité et l'étude du mouvement des objets doit être placée au sein des différentes structures connues de l'univers. De ce fait, on se rend mieux compte que le mouvement est partout et qu'après la perception des choses, il est naturel de s'attarder à la compréhension des mouvements.

Enfin, elle montre que la description des mouvements des corps est une étape préliminaire à l'étude des causes du mouvement et à la prédiction de leur évolution. On y voit que la description des divers mouvements que l'on peut aborder n'est pas simple parce que les types de mouvements sont nombreux et que les différentes manières de les décrire sont très variées.

1.1 Du temps

Le temps qui nous rythme aujourd'hui si précisément n'est pas issu d'une évidence. A l'origine, il est évidemment la marque de répétitions qui peuvent sembler l'être, mais qui bien vite ont présenté des périodes très complexes.

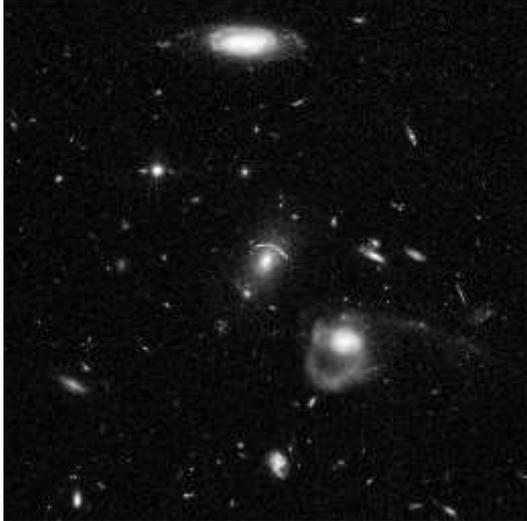
Qui dit périodes dit donc mouvement et, plus précisément, mouvement répétitif. En premier lieu il y a le mouvement de la Terre sur elle-même, ou plutôt, n'en déplaise à Copernic, le mouvement du Soleil "autour" de la Terre. Ce mouvement définit évidemment la durée d'un jour. Puis, il y a le mouvement de la Lune dont la période d'environ trente jours définit le mois. Enfin, il y a la succession des saisons qui définit l'année, d'une durée de 365 jours. Celle-ci correspond à la période de rotation de la Terre autour du Soleil.

1.2 De l'infiniment grand à l'infiniment petit

1.2.1 L'univers

La plus grande structure connue est l'univers. La taille de l'univers observable est estimée à environ 43 *MAL*, soit 43 milliards d'années lumière. Sa composition est analogue à une sorte de gaz dont les particules seraient réparties uniformément dans le volume qui le contient. Sauf que de contenant il n'y a pas et que les particules sont des super-amas de galaxies dont la taille ne dépasse pas 200 à 300 millions d'années lumière. Leur nombre dans l'univers est estimé à 10 millions.

FIGURE 1.1 – *L'univers profond*
Image du télescope spatial Hubble²



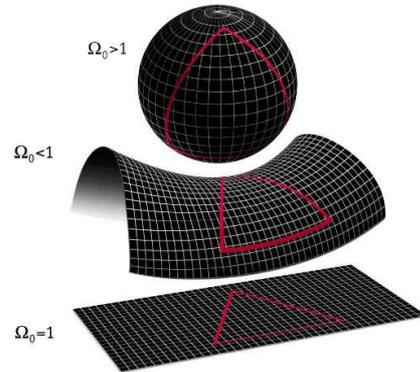
Les super-amas de galaxies sont des amas d'amas de galaxies. C'est au niveau de ces super-amas de galaxies que l'univers apparaît assez homogène bien que constitué aussi d'une structure filamenteuse. L'ordre de grandeur de telles structures est de $100 \text{ Mpc} = 3 \cdot 10^{24} \text{ m}$ pour les super-amas de galaxies, voire $150 \text{ Mpc} = 5 \cdot 10^{24} \text{ m}$ pour les filaments.

L'univers est en expansion, ce qui signifie qu'il s'agrandit. Selon les dernières mesures effectuées par les astrophysiciens, sa forme serait plate^a. Qu'est-ce que cela signifie pour un univers qui est manifestement un volume? En fait, cela veut dire qu'on peut se l'imaginer comme une feuille de papier dont les dimensions augmenteraient indéfiniment. Nous serions alors des êtres à deux dimensions incapables de se déplacer ailleurs que sur cette feuille. En particulier incapables d'en sortir. Cette feuille s'étendrait donc dans une (troisième) dimensions inaccessible pour nous. Ainsi, notre univers à trois dimensions s'étend dans une dimension supplémentaire qui nous est inaccessible (c'est-à-dire qu'on ne peut s'y déplacer librement), une quatrième dimension, le temps.

Il y a peu de cela (quelques années seulement) une autre solution semblait être possible. L'uni-

a. Voir l'article "Quelle est la forme de l'univers", Science et Vie junior, avril 2001

FIGURE 1.2 – *Modèles de courbure*
Trois modèles issus de la relativité générale⁴



vers, selon les modèles des cosmologistes (physiciens étudiant l'univers), aurait pu être une sphère. On aurait donc pu le voir comme un ballon, enflant comme la grenouille qui voulait se faire aussi grosse qu'un bœuf, sur lequel on aurait posé des amas de galaxies en deux dimensions (c'est le nombre de dimensions correspondant à la surface d'un ballon puisque tout point de la surface d'une sphère peut être repéré par deux coordonnées : la longitude et la latitude. Voir annexe B.2.3). Ainsi notre univers aurait été un ballon avec une surface tridimensionnelle enflant dans une quatrième dimension, le temps.

En réalité, les choses sont plus complexes encore, puisqu'aujourd'hui les physiciens envisagent cet univers dans une dizaine de dimensions^b. Ils laissent supposer aussi l'existence de plusieurs univers parallèles, dits univers bulles.

1.2.2 Les amas de galaxies

Viennent ensuite les amas de galaxies. Leur nombre dans l'univers est estimé à 25 milliards. La répartition de ces amas de galaxies n'est pas homogène, contrairement à celle des super-amas de galaxies. Cette répartition est celle de filaments qui laissent apparaître des zones plus ou moins denses d'amas de galaxies.

Cette répartition est complexe et encore sujette à de nombreuses discussions. En particulier elle est l'objet d'études approfondies en relation avec

b. Voir "Sur la piste des mondes parallèles", Science et Vie, Juillet 2002.

Giordano Bruno (1548-1600)

Un grand homme rebelle qui eut le malheur d'avoir raison avant les autres. Pour lui les étoiles étaient des soleils pareils au nôtre. Dans L'Infini, Bruno s'adresse à lui-même en ces mots :

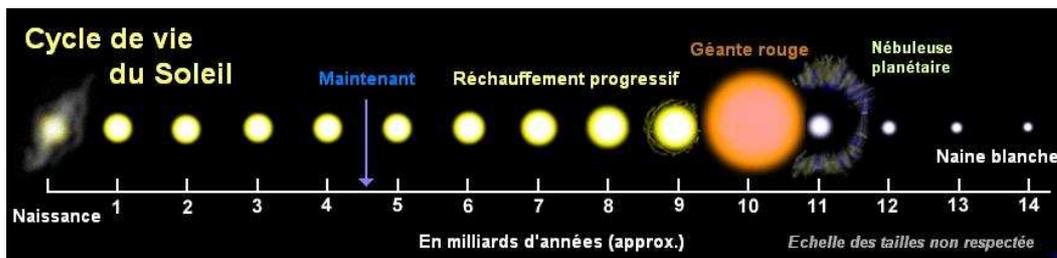
“Enseigne-nous que la composition de notre astre et monde est égale à d'autant d'astres et de mondes qu'il nous est possible de voir. [...] Montre-nous que la substance des autres mondes dans l'éther est pareille à celle de notre monde.”
(Rocchi, 2000, p. 42.)

Giordano Bruno fut brûlé vif en 1600, pour avoir, sur la base d'une analyse du mouvement de la terre qui annonce la relativité restreinte de Galilée, remis en cause sa fixité et la finitude de l'univers.

Portrait de Giordano Bruno tiré de Wikipedia⁵



FIGURE 1.3 – L'évolution du soleil
Vers une nébuleuse planétaire⁷



la naissance de l'univers. En effet, il est difficile d'expliquer comment, à partir des conditions homogènes propres au big-bang, sont nées des structures aussi particulières. La figure 1.1 montre ce que l'on peut voir au-delà des étoiles de notre galaxie. Sur la photo de cette “petite” partie de l'espace ne figurent que des galaxies. Leur nombre et leur diversité sont saisissants. La figure 1.4 montre quant à elle le groupe local dans lequel se trouve notre galaxie la Voie Lactée. Il s'agit d'un amas de galaxies.

1.2.3 Les galaxies

Au nombre d'environ trois cent cinquante milliards dans l'univers, les galaxies sont des structures composées de centaines de milliards d'étoiles qui se regroupent sous l'effet de la force de gravitation. Dans l'espace interstellaire constituant le “vi-

de” autour des étoiles se trouvent aussi des nuages de poussières et de gaz (des nébuleuses).

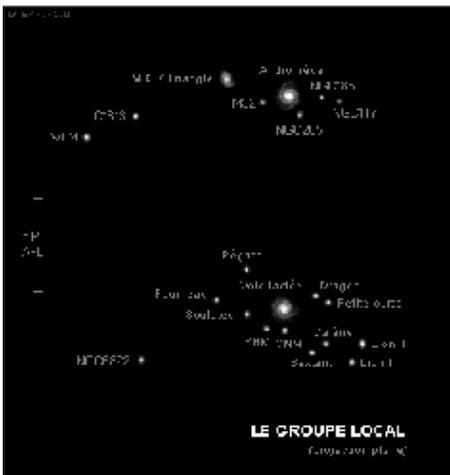
A cette échelle, les mouvements des galaxies sont perceptibles. Presque toutes s'éloignent de nous. Ce phénomène est appelé “expansion”. Il est interprété comme un mouvement dû au “gonflement” de l'univers lui-même. Le mouvement local des galaxies étant faible par rapport à celui général de l'expansion de l'univers, il est rare de voir des galaxies se rapprocher de nous. Pourtant, cela est le cas de la très fameuse (parce qu'observable à l'œil nu et la plus proche galaxie massive (autre que naine) de nous) galaxie d'Andromède.

Les mouvements locaux des galaxies entre elles donnent lieu à des “chocs” spectaculaires entre galaxies. Le résultat est par exemple le système des deux galaxies dites des “Chiens de chasse” ou sur la figure 1.6 “la grande spirale NGC 2207”

FIGURE 1.6 – *Interaction de deux galaxies*
Image du télescope spatial Hubble¹³



FIGURE 1.4 – *Groupe local*
Les galaxies proches⁹



(à gauche), située à 114 millions d’années-lumière de la terre, étendant et disloquant sur plusieurs centaines de milliers d’années-lumière la “petite IC2163” en longs filaments de “gaz et de poussières”.

FIGURE 1.5 – *Galaxie du Sombrero*
Image du télescope spatial Hubble¹¹



1.2.4 Les étoiles

Les galaxies sont donc composées d’étoiles. Plus de 100 milliards pour la Voie Lactée, la galaxie dans laquelle nous nous trouvons. Environ 30’000 milliards de milliards pour l’univers en entier.

Ces étoiles sont plus ou moins grandes. Les plus grosses ont une masse d’une centaine de fois la masse de notre étoile, celle autour de laquelle nous nous déplaçons qui se nomme le Soleil. C’est une étoile de taille petite à moyenne. Le destin de notre étoile (voir figure 1.3) est d’enfler considérablement pour devenir une géante rouge et ensuite de s’effondrer en laissant ses couches extérieures en périphérie et en concentrant ses couches intérieures en

FIGURE 1.7 – *Nébuleuse planétaire*
Image du télescope spatial Hubble¹⁵

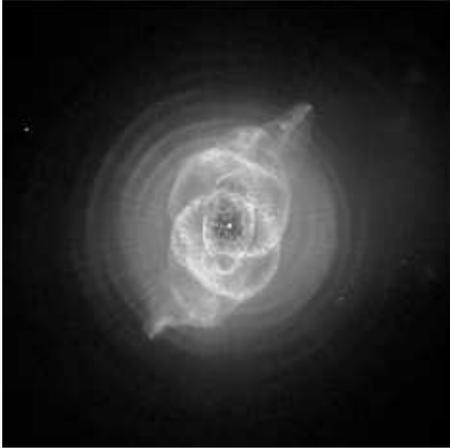
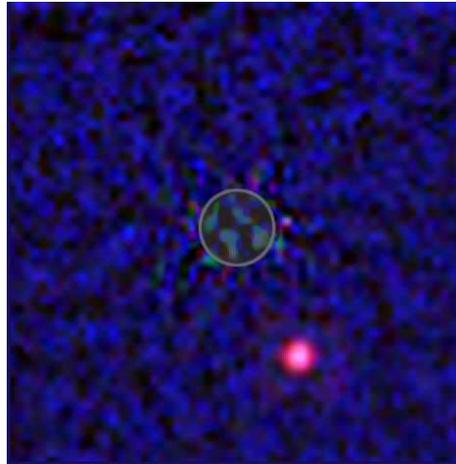


FIGURE 1.8 – *Première image d'une exoplanète*
Il s'agit d'une image dans le proche infrarouge. La planète est en bas à droite. Image de Hubble¹⁸



une naine blanche, puis une naine noire. Le résultat présente l'allure spectaculaire (voir figure 1.7) de la "nébuleuse planétaire".

Pour les étoiles bien plus grosses que le Soleil, dont la masse m est telle que $1,4 \cdot m_{\text{soleil}} < m < 5 \cdot m_{\text{soleil}}$, l'évolution change. L'étoile commence par "gonfler" pour devenir une géante rouge, puis une super-géante qui explose de manière fracassante en une supernovae pour ne laisser finalement qu'une étoile à neutrons. Enfin, pour les très grosses étoiles, dont la masse m est telle que $m > 5 \cdot m_{\text{soleil}}$, l'évolution est la même que précédemment jusqu'à la supernovae. Après les restes sont si denses qu'il se crée un trou noir.

Le destin et l'évolution des étoiles est donc une chose complexe, d'autant plus que les différents éléments répertoriés dans le tableau périodique de Mendeleïev ont été créés au sein des étoiles. Si la physique de ces constructions dépasse le propos de ce cours, il en sera dit quelques mots au paragraphe 1.2.7.

1.2.5 Le système solaire

Autour des étoiles qui composent notre galaxie tournent des planètes (actuellement plus de deux cent planètes extra-solaires ou exoplanètes ont été découvertes¹⁶; voir aussi Casoli et Encrenaz (2005)).

La première exoplanète découverte l'a été en 1995 par l'observatoire de Genève. Elle l'a été par

des moyens indirects, comme la plus part de celles qui ont été découvertes par la suite. Essentiellement, il s'agit d'étudier finement la vitesse de déplacement des étoiles autour desquelles les exoplanètes tournent. Si ce déplacement est saccadé, cela traduit la présence d'un corps en rotation autour d'elles. Une autre méthode consiste à observer des variations périodiques de l'intensité lumineuse des étoiles caractéristiques du passage d'une exoplanète devant elles.

En 2005, soit dix ans après, la première image d'une exoplanète (voir figure 1.8) a été réalisée par le VLT (Very Large Telescope). Il s'agit de la naine brune 2M1207, une étoile avortée faiblement lumineuse, autour de laquelle tourne une exoplanète d'environ cinq fois la masse de Jupiter, à une distance deux fois plus importante que celle de Neptune autour de notre étoile, le Soleil.

Le 13 novembre 2008, une seconde planète a été observée en lumière visible dans la constellation australe du Poisson autour de l'étoile Fomalhaut. C'est une planète d'environ trois fois la masse de Jupiter et elle se trouve à environ dix fois la distance entre le soleil et Saturne de son étoile Fomalhaut.

Autour de notre étoile, le Soleil tournent huit planètes (MVTMJJSUN ...) et d'autres corps plus petits parmi lesquels se trouvent des planètes dites naines. Cérès (dans la ceinture d'astéroïde), Éris (un tout petit peu plus grande que Pluton et qui

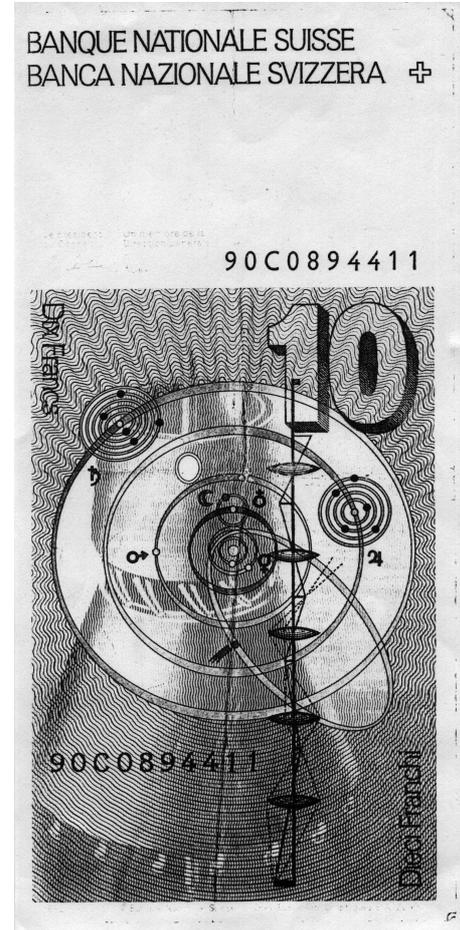
fait partie de la ceinture de Kuiper, au-delà de l'orbite de Neptune) et Pluton en font partie. La figure 1.9 présente le système solaire sans respecter les ordres de grandeurs.

La rotation des planètes se fait dans un seul plan que l'on nomme le plan de l'écliptique. Relativement à la Terre, ce plan est décrit par l'orbite du soleil. La nuit, c'est donc le long de la trajectoire du Soleil qu'on peut voir certaines planètes. Car, si certaines sont visibles en pleine nuit, d'autres ne le seront jamais. C'est le cas, par exemple, de Vénus. C'est une planète qui tourne près du Soleil. Elle tourne aussi à l'intérieur du cercle (en réalité c'est une ellipse quasiment circulaire) que décrit la Terre sur sa trajectoire (on parle de l'orbite de la Terre et on parle de planète interne). C'est pourquoi, depuis la Terre, nous ne la verrons que dans le voisinage du Soleil. Ainsi, on peut la voir le matin avant que le soleil se lève (on l'appelle alors l'Étoile du matin) ou le soir, peu de temps après que le Soleil se soit couché (elle porte alors le nom d'Étoile du soir), mais pas au cours de la nuit. Les planètes se divisent en trois groupes : les quatre planètes dites telluriques sont celles qui sont le plus proche du soleil. Elles sont petites, solides et relativement semblables à la Terre. Les quatre planètes dites joviennes sont, à l'image de Jupiter, très grosses et gazeuses. Enfin, à partir de Pluton, les corps sont très petits, très éloignés et ne sont plus considérés comme des planètes (même si on parle de planètes naines). La figure 1.10 présente les planètes en respectant les ordres de grandeurs de leurs tailles respectives.

Il existe encore d'autres corps importants dans le système solaire : les *comètes* (voir figure 1.12). Ce sont de très petits corps (quelques dizaines de kilomètres de diamètre) qui viennent de régions très éloignées du système solaire (le nuage de Oort : "il s'agirait d'une vaste enveloppe de corps orbitant entre 40'000 ua et 150'000 ua (0,73 pc) de distance du Soleil, et donc située bien au-delà de l'orbite des planètes et de la ceinture de Kuiper"²³) et qui, pour ainsi dire, tombent sur le Soleil selon une trajectoire très elliptique.

En passant elles laissent sur leur orbite une traînée de poussières qui se manifeste sous la forme d'une magnifique queue. Celle-ci est produite par le vent solaire qui emporte les éléments à la surface de la comète. La direction de la queue est donc toujours à l'opposé du soleil et peu être perpendiculaire à la trajectoire de la comète. La figure 1.11 présente

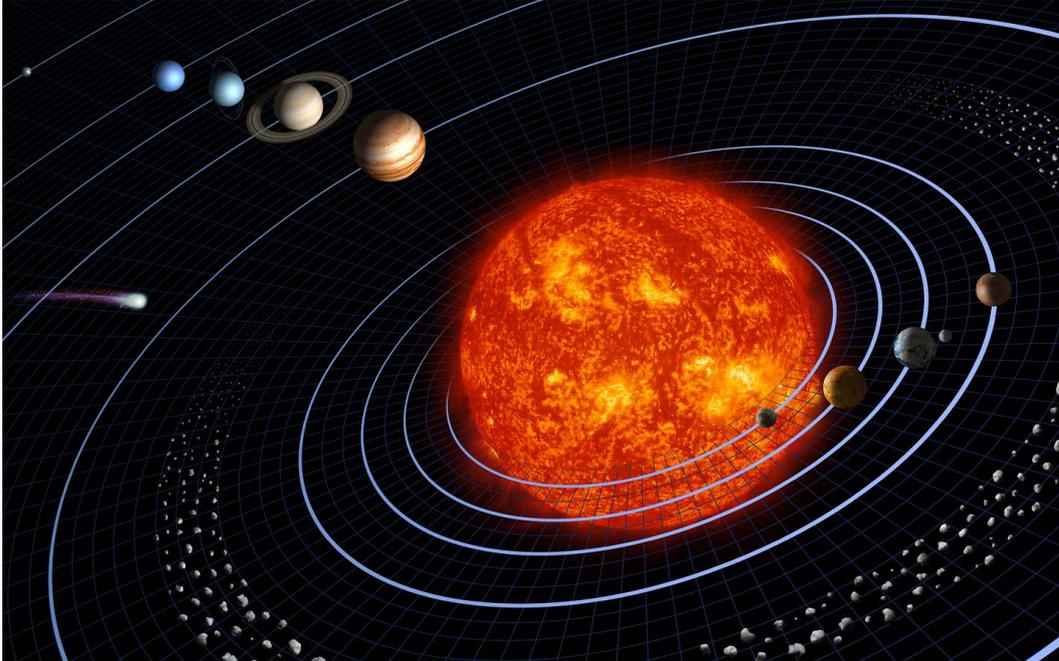
FIGURE 1.11 – La queue de la comète



pourtant un billet de banque suisse sur lequel est représenté une comète dont la queue ne pointe pas à tort vers le soleil.

Ce sont ces traînées de poussières que la Terre rencontre sur son orbite en donnant lieu aux fameuses pluies d'étoiles filantes (voir la figure 1.13 qui montre une observation des Léonides. "Les léonides sont causées par le passage d'une comète, la comète Tempel-Tuttle qui a une période de 33 ans. À chaque passage, la comète laisse une traînée de débris rocheux qui forme un essaim que la Terre traverse tous les ans aux environs du mois de novembre. Le radiant étant situé dans la constellation du Lion, on appelle donc les météores « léonides »."²⁴). Il s'agit de petites météorites qui se consomment en entrant dans l'atmosphère en produi-

FIGURE 1.9 – *Système solaire*
Image de la Nasa²⁰



sant une trace lumineuse, *les étoiles filantes*. Elles ne sont donc ni des étoiles, ni des planètes ou des comètes. Dans le cas des pluies d'étoiles filantes créées par la rencontre de la terre avec les poussières de l'orbite d'une comète, elles semblent provenir d'un point bien précis dans le ciel, comme la neige qui tombe sur le pare-brise d'une voiture semble venir d'un point situé dans la direction du déplacement de la voiture. Ce point se nomme le *radian*.

1.2.6 La Terre et la Lune

La Terre

On sait aujourd'hui que la Terre tourne autour du Soleil et sur elle même. Ainsi, lorsqu'on regarde le ciel depuis la Terre, la voûte céleste semble tourner au cours de la nuit. Les étoiles se lèvent au sud-est, pour aller se coucher au sud-ouest. Mais au nord, la situation est différente. En effet, l'Étoile Polaire ne tourne pas et les étoiles alentours semblent tourner autour d'elle. La Grande Ourse, notamment, reste toujours visible au voisinage de la Polaire. C'est une manifestation du fait que la di-

FIGURE 1.12 – *Une comète*
Image du télescope spatial Hubble²⁶



rection de l'axe de rotation de la Terre est fixe dans l'espace. Pointer la Polaire du doigt est donc une façon de s'imaginer cet axe. Le fait que l'axe de rotation de la Terre reste fixe permet aussi d'expliquer le phénomène des saisons autrement que par la variation de distance Terre-Soleil au cours de l'année.

FIGURE 1.10 – *La taille des planètes*
Image de la Nasa²²

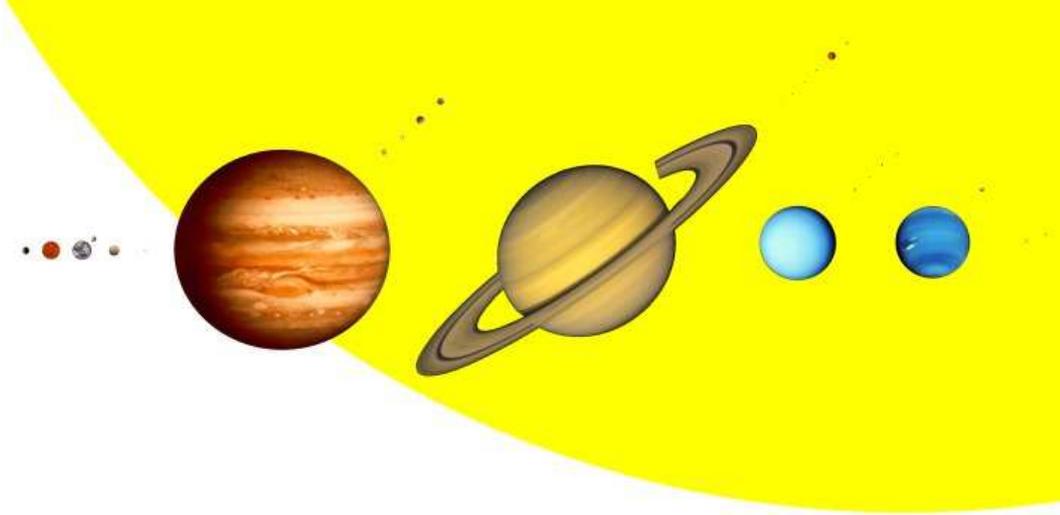


FIGURE 1.13 – *Pluie d'étoiles filantes des Léonides*
Leonid Meteor Storm, as seen over North America in the
night of November 12./13., 1833.²⁸



Cette variation, souvent considérée comme l'explication des saisons, vient du caractère elliptique de l'orbite de la Terre autour du Soleil. Mais, elle ne peut en réalité servir d'explication car l'orbite de la Terre autour du Soleil est pratiquement un cercle, parce qu'il y aurait alors deux mêmes saisons par année et parce que celle-ci seraient identiques dans les deux hémisphères.

L'explication correcte vient de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport au plan de l'écliptique et de la permanence de sa direction dans l'espace (voir figure 1.14 ou l'angle $\alpha \simeq 66,5^\circ$). En effet, comme cet axe n'est pas perpendiculaire au plan écliptique, l'un des deux hémisphères est plus "exposé" aux rayons du soleil que l'autre, ses rayons frappant plus perpendiculairement sa surface. Ainsi, comme le montre la figure 1.15, pour l'hémisphère sud, par exemple, la même quantité d'énergie E parvient sur une surface S' plus petite que S pour l'autre hémisphère où les rayons sont plus rasants. L'énergie par unité de surface E/S' dans l'hémisphère sud est donc plus importante que celle E/S dans le nord. C'est l'été dans l'hémisphère sud.

De plus, on ne peut comprendre que les saisons soient différentes dans les deux hémisphères qu'avec un axe de rotation pointant toujours dans la même direction. Car ainsi, chaque hémisphère est tous les

FIGURE 1.14 – Les saisons

Elles sont dues à l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre par rapport au plan de l'écliptique.

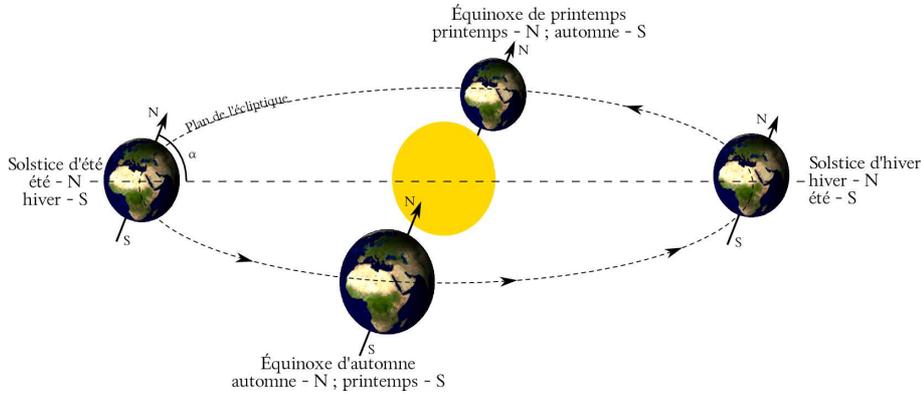


FIGURE 1.15 – Les saisons

Répartition de l'énergie à la surface de la terre.

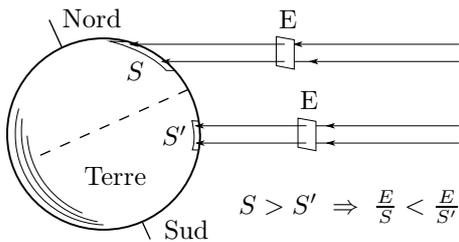


FIGURE 1.16 – La terre et la lune

Image de la Nasa³⁰



six mois éclairé par un soleil haut dans le ciel qui lui transmet un maximum d'énergie. Ce comportement de l'axe de rotation de la Terre est analogue à celui d'une toupie dont l'axe reste vertical pendant qu'elle tourne, alors qu'il ne peut le rester quand elle est immobile. La physique explique la fixité de cet axe à travers un loi de "conservation du moment cinétique" valable si aucune force extérieure ne s'exerce sur le système. Bien évidemment ce n'est pas tout à fait le cas pour la Terre et il faut admettre une légère variation de la direction de son axe de rotation. Mais il serait trop long ici de développer cet aspect.

La Lune

Finissons ce petit voyage dans le monde céleste en parlant de la Lune. La figure 1.16 montre le rapport de taille entre la Lune et la Terre, ainsi que les différences d'aspect de leur surface.

solaire. On parle alors d'éclipse totale.

Mais pour comprendre vraiment ce qu'est une éclipse, il faut d'abord expliquer les phases de la Lune. Elles sont la conséquence du fait qu'une moitié de la Lune n'est pas éclairée.

Ainsi, quand la Lune nous présente cette moitié non éclairée, on ne la voit pas. C'est la Lune Noire ou Nouvelle Lune. Comme la Lune est alors pratiquement entre la Terre et le Soleil, seules les personnes qui se trouvent du côté jour de la Terre pourraient la voir. Or, quand il fait jour, le Soleil éclaire l'atmosphère qui nous cache alors les corps célestes.

Quand la Lune nous présente simultanément la moitié de sa partie non éclairée et la moitié de sa partie éclairée, on voit ce qu'on appelle une demi-Lune. En réalité on voit un quart de la Lune. C'est le Premier Quartier.

Quand la Lune ne nous présente plus que sa partie éclairée, elle est alors "derrière" la Terre par rapport au Soleil, on ne voit plus sa partie non éclairée : c'est la pleine Lune, environ deux semaines après la Nouvelle Lune.

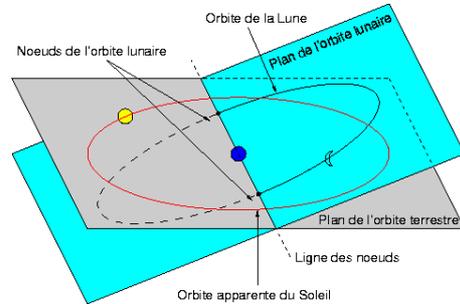
Enfin, la Lune se présente une nouvelle fois en demi-Lune, c'est-à-dire qu'on en voit que l'autre quart. C'est de Dernier Quartier.

La figure 1.17 résume la situation décrite ci-dessus.

La question se pose alors de la différence entre éclipse de Soleil et Nouvelle Lune et éclipse de Lune et Pleine Lune. En effet, si la Lune tournait dans le plan de l'Écliptique, il se produirait une éclipse de Soleil chaque Nouvelle Lune et une éclipse de Lune chaque Pleine Lune. Comme on sait bien que ce n'est pas le cas, cela signifie que la Lune ne tourne pas dans le même plan que celui de l'Écliptique. En réalité le plan de rotation de la Lune fait un angle de $5^{\circ} 17'$ par rapport à l'Écliptique comme le montre la figure 1.18.

Comme ces plans ne coïncident pas, tant que la Lune n'est pas dans le plan de l'Écliptique, c'est-à-dire sur la ligne des noeuds présentée dans la figure 1.18, il ne peut y avoir d'éclipse. Or, la Lune coupe le plan de l'Écliptique deux fois par mois. Mais encore faut-il que la ligne des noeuds soit alors alignée avec le Soleil. Il faut dire aussi que le plan de rotation de la Lune tourne sur lui-même entraînant la ligne des noeuds avec lui. Sa période de rotation est de 18,61 *ans*. Ainsi, la ligne des noeuds tourne sur elle-même d'un angle de $\sim 19,6^{\circ}$ par an. Fi-

FIGURE 1.18 – Orbits de la lune et du soleil
Des plans différents³⁴



nalement donc, on peut calculer que l'alignement de la ligne des noeuds et du Soleil se fait tout les 173 *jours* environ³⁵. Cette durée constitue ce qu'on appelle une saison d'éclipses.

Mais, tout cela est encore compliqué, pour les éclipses de Soleil notamment, par le fait que l'ombre de la Lune ne couvre pas la totalité de la Terre. Si bien qu'en un lieu donné de sa surface, au moment où des éclipses de Soleil et de Lune sont possibles, il se peut que seule une éclipse de Lune soit visible, alors que celle de Soleil ne l'est pas à cet endroit.

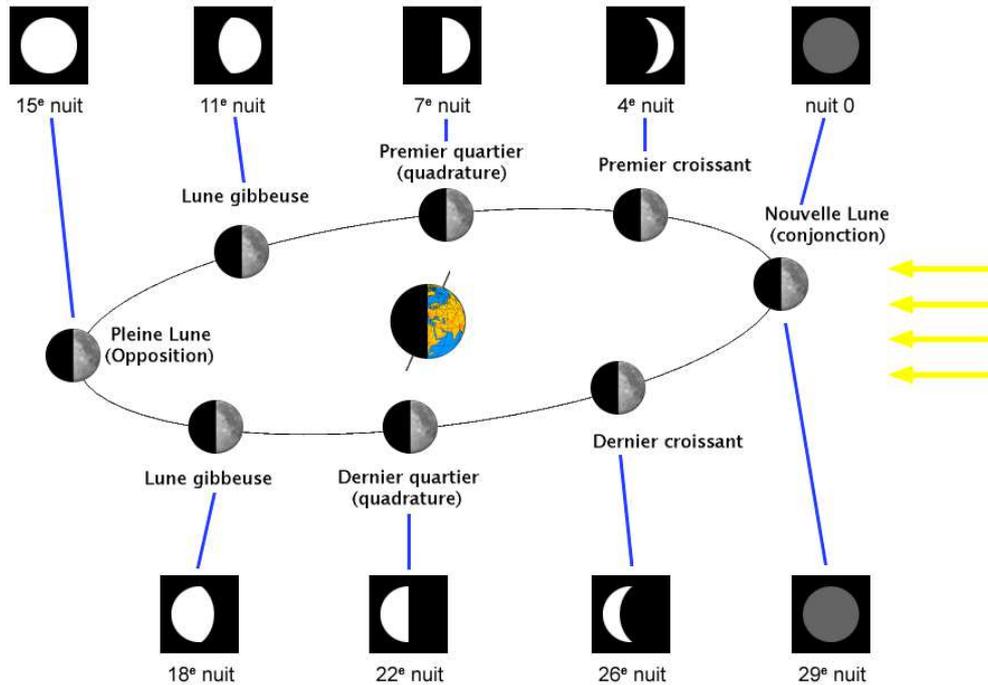
Les marées

Un autre phénomène important dont l'origine est due à la Lune est celui des marées. Il n'est pas question ici de l'aborder autrement que très superficiellement. L'annexe J en donne cependant une présentation plus approfondie.

Le phénomène lui-même est le suivant. On observe dans certaines régions du globe, comme la Bretagne par exemple, que la mer monte et descend périodiquement. Pour être plus précis, elle passe du niveau de pleine mer au niveau de basse mer en approximativement six heures. Ainsi, s'il se produit une marée haute à une heure du matin, une marée basse suivra à sept heures, puis à nouveau une marée haute à treize heures et enfin une marée basse à dix-neuf heures. On constate donc deux marées hautes et deux marées basses par jour. Comment l'expliquer ?

Dans un premier temps, l'explication paraît simple. La force de gravitation de la Lune attire les molécules d'eau. La surface des océans monte donc du côté de celle-ci comme le montre la figure 1.19(a).

FIGURE 1.17 – Les phases de la lune
Ce n'est pas l'ombre de la terre³²



Le problème est que cela ne suffit pas pour expliquer la présence de deux marées hautes (ou basses) par jour. En effet, considérons la figure 1.19(a) et imaginons la Terre tourner sur elle-même en vingt-quatre heures alors que la Lune ne se déplace que peu dans le même temps puisque sa période de rotation autour de la terre est d'environ un mois. Le point P est à marée haute. La rotation de la Terre la mène alors, sans que le "bourrelet" d'eau du côté de la lune ne bouge, en six heures au point P' et en douze heures au point P'' qui est à marée basse. Ainsi, selon cette explication, il ne devrait y avoir qu'une seule marée haute par jour (c'est-à-dire un intervalle entre les marées haute et basse de douze heures).

Cette explication n'est donc pas suffisante. En réalité, comme le montre la figure 1.19(b), un autre "bourrelet" d'eau se forme à l'opposé de la Lune. Son existence est due à la dynamique du couple Terre-Lune. Le couple Terre-Lune tourne autour d'un axe qui ne passe pas par le centre de la Terre mais par son centre de gravité. Le point P'' tourne

donc en même temps que la Lune autour de ce centre de gravité et, comme le poids en rotation au bout des bras d'un lanceur de marteau, cette eau semble "éjectée vers l'extérieur" (nous verrons par la suite que c'est plutôt parce que sans la gravitation de la Terre, elle continuerait son mouvement en ligne droite). C'est la raison de l'existence du "bourrelet" d'eau qui se forme à l'opposé de la Lune.

En conséquence, on voit sur la figure 1.19(b) qu'un observateur situé au point P observant une marée haute va se déplacer en raison de la rotation de la Terre sur elle-même en six heures vers le point P' qui est à marée basse. Puis, il va poursuivre son chemin pour arriver six heures plus tard au point P'' qui est à marée haute. Ainsi, il peut y avoir deux marées haute par jour.

Ce dernier exemple montre que l'explication de la périodicité des marées passe obligatoirement par la dynamique du système Terre-Lune. Sans celle-ci, il ne serait pas possible de comprendre un phénomène dont on imagine souvent une explication basée uniquement sur la force de gravitation. Or, l'annexe

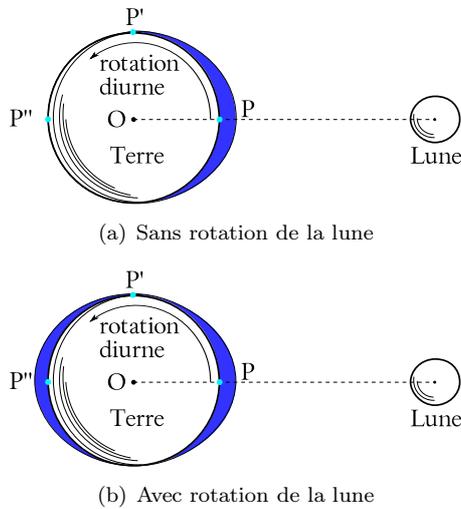


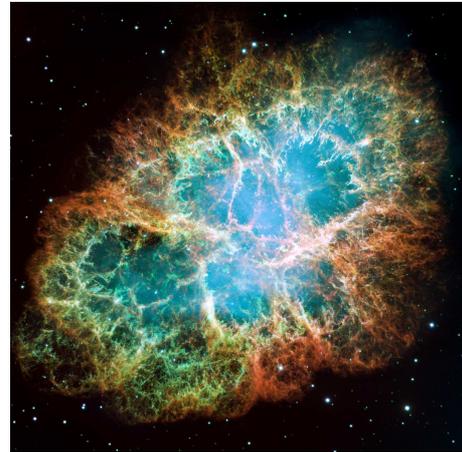
FIGURE 1.19 – Les marées

J montre que d'autres rythmes de marées existent dont la complexité tient encore à la dynamique des corps en présence.

Finalement, avec ce petit tour de l'horizon céleste, on peut maintenant mieux se rendre compte que les "objets" qui constituent notre univers sont loin d'être immobiles et que leurs mouvements sont difficiles à bien décrire. . . Mais c'est là la tâche de la physique que d'élaborer cette description avec précision pour nous permettre d'envoyer des hommes sur la Lune ou de placer des satellites de communication autour de la Terre.

1.2.7 Le monde subatomique

D'un côté se trouvent des mondes bien plus grands que le nôtre et de l'autre des mondes bien plus petits. La biologie nous enseigne que nous sommes composés de cellules et la chimie que celles-ci sont faites de molécules. Chacune de celles-ci sont elles-mêmes faites d'atomes. Or, ces atomes sont construits dans les étoiles (une bonne introduction à l'astrogénèse de la matière est donnée dans Vauclair (2006) ou Balibar *et al.* (2005)). En effet, le noyau d'un atome est essentiellement constitué de protons et de neutrons. Autour de ce noyau tournent des électrons qui sont retenus par la force électrique qui existe entre les électrons de charge négative et les protons de charge positive. Le noyau

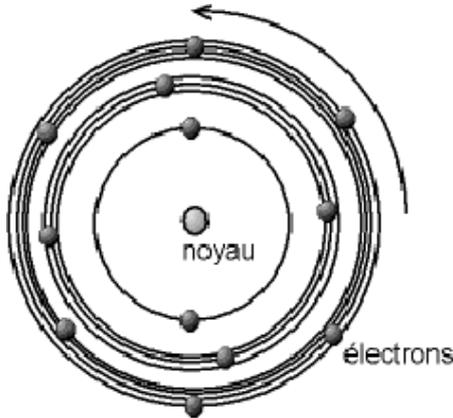
FIGURE 1.20 – La nébuleuse du Crabe
Les restes d'une supernovae³⁷

lui-même est donc chargé positivement. Les neutrons n'étant pas chargés, on peut se demander ce qui retient les protons ensemble. Si la seule force présente dans le noyau était électrique, les protons se repousseraient et le noyau éclaterait. Évidemment, il n'en est rien. Cela traduit la présence d'une autre force, assez faible pour passer inaperçue tant que les protons sont éloignés, mais plus forte que la force électrique quand ils se trouvent très proches les uns des autres, comme c'est le cas dans le noyau. Cette force est nommée *force forte*. On en dira quelques mots plus loin.

Comme cette force agit seulement à faible distance, c'est-à-dire qu'elle a une très courte portée et que la force électrique est importante tant que les protons sont assez loin les uns des autres, il est nécessaire pour les amener à portée de la force forte de les placer sous une grande pression. C'est alors que la force de gravitation entre en jeu, au sein des étoiles, en comprimant assez ces protons pour que la force électrique ne les empêche pas de s'assembler et que la force forte puisse les lier durablement. C'est donc au sein des étoiles que se créent les différents atomes, par assemblage de protons et de noyaux déjà constitués. C'est pourquoi l'astrophysicien Hubert Reeves a dit un jour que nous étions tous composés de poussières d'étoiles.

Actuellement, on compte 90 types d'atomes naturels, c'est-à-dire des atomes n'existant pas sur terre uniquement sous forme de traces. Le plus léger, l'hydrogène, est composé d'un proton et d'un

FIGURE 1.21 – *L'atome de Bohr*
*Un système planétaire*³⁹



électron. Le plus lourd, l'uranium, a un noyau composé de 238 particules nommées nucléons. Cet atome comprend 92 protons, autant d'électrons et 146 neutrons. Comme l'uranium comprend 92 protons et qu'il existe 90 atomes naturels, deux éléments sont artificiels : le technétium (${}^{98}_{43}\text{Tc}$) et le prométhium (${}^{145}_{61}\text{Pm}$). Ensuite, les éléments comprenant un nombre de protons supérieur à 92 sont aussi artificiels.

La genèse de ces atomes est complexe. On peut distinguer plusieurs étapes.

Pendant le big bang, c'est-à-dire pendant les cent premières secondes de l'univers (Vauclair, 2006, p. 88), la densité et les pressions sont telles que l'hydrogène apparaît sous la forme d'un proton. Nous verrons par la suite comment. Puis, se forme le deutérium, isotope de l'hydrogène composé d'un proton et d'un neutron. Puis l'hélium 3 et 4 et le lithium 7. Et c'est tout, car la température diminuant, elle n'est plus assez grande pour permettre la formation d'éléments plus lourds.

A l'intérieur des étoiles, la formation d'hélium à partir de l'hydrogène se produit au début de leur vie. Cela passe en premier lieu par la formation de deutérium, puis d'hélium 3 et 4. Actuellement, dans le soleil, plus de 500 millions de tonnes d'hydrogène fusionnent chaque seconde pour donner de l'hélium. Une petite partie, environ 0,7%, est convertie en énergie. Ces deux éléments, hydrogène et hélium,

constituent respectivement 71% et 27% de la masse du système solaire, soit au total 98% de celle-ci. C'est dire leur importance.

Lorsque l'hydrogène a été consommé, l'étoile se contracte et il se forme des atomes plus lourds comme le carbone, l'azote et l'oxygène à partir du béryllium. Puis, dans un second temps, le fluor et le néon à partir du carbone et de l'oxygène et enfin les éléments suivants jusqu'au fer. Dans certaines étoiles (les géantes rouges par exemple) la création des éléments encore plus lourds ne se fait plus par fusion. En effet, la répulsion électrique entre les noyaux qui devraient fusionner devient si importante en raison du nombre élevé de protons qu'ils ne fusionnent plus. Par contre, ils s'entourent progressivement de neutrons (produits de la fusion des éléments précédents) qui ne sont pas repoussés par la force électrique et grossissent tellement qu'ils deviennent instables. Alors certains neutrons se transforment par désintégration en protons créant ainsi de nouveaux éléments plus lourds que le fer.

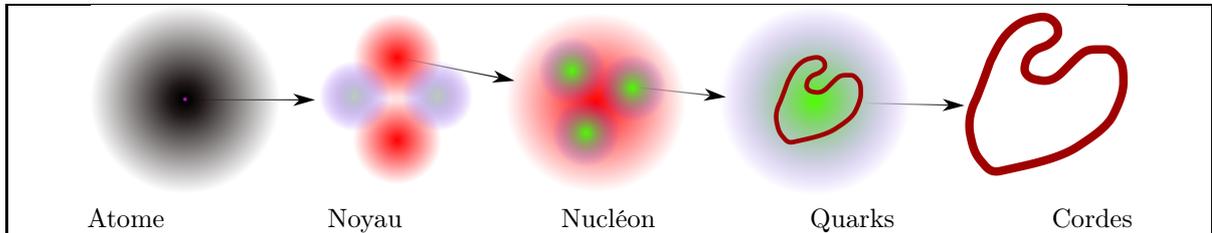
Lors de l'explosion d'une étoile, phénomène appelé supernovæ (voir la figure 1.20), se forment les éléments plus lourds que le carbone, l'azote et l'oxygène et cela jusqu'au fer, atome si stable que les conditions d'une telle explosion ne suffisent même pas à former des éléments plus lourds.

Puis, comme précédemment, les éléments plus lourds sont aussi formés par désintégration des neutrons insensibles à la force électrique qui se sont liés au fer.

Dans le gaz interstellaire enfin, se forment les trois éléments légers particuliers que sont le lithium, le béryllium et le bore par fission du carbone, de l'azote et de l'oxygène.

Mais la physique ne s'arrête pas là dans sa description de l'infiniment petit. Elle s'intéresse encore à d'autres objets extraordinaires. En effet, si les mouvements des atomes peuvent encore facilement être représentés en termes de trajectoire, ceux de leurs composants sont bien plus étranges. Car on peut autant les voir comme de petites particules (et, à l'origine, cela a donné lieu à un modèle de l'atome dit de Bohr (voir fig. 1.21) où les électrons orbitaient autour du noyau, comme les planètes autour du soleil) que comme des "choses"

TABLE 1.1 – *Tableau des particules élémentaires*
Beaucoup de diversité



	LEPTONS		QUARKS	
FERMIONS Ce sont les particules qui constituent la matière ordinaire	ÉLECTRON (e^-) Il détermine les propriétés chimiques. Chargé négativement.	NEUTRINO (ν_e) ÉLECTRONIQUE Très faible interaction avec la matière. Sans charge.	BAS (d) 1x dans le proton, 2x dans le neutron.	HAUT (u) 2x dans le proton, 1x dans le neutron
Particules du big bang, présentes dans les rayons cosmiques ou les accélérateurs	MUON (μ^-) Un électron plus massif	NEUTRINO MUONIQUE (ν_μ) Un autre neutrino	ÉTRANGE (s) Un bas plus massif	CHARME (c) Un haut plus massif
	TAU (τ) Un muon plus massif	NEUTRINO TAUIQUE (ν_τ) Un autre neutrino	BEAUTÉ (b) Un étrange plus massif	VÉRITÉ OU TOP (t) Un haut encore plus massif
BOSONS Particules représentant les forces élémentaires	PHOTON (γ) Grain de lumière; vecteur de la force électromagnétique	GLUON (g) Cohésion du noyau et des nucléons; vecteur de la force forte	BOSONS ($W Z$) INTERMÉDIAIRES Radioactivité; vecteur de la force faible	GRAVITON Poids : vecteur de la force de gravitation

infiniment étendues que l'on appelle ondes. Cette dualité du mode d'existence des particules élémentaires comme les électrons, les protons, les neutrons et bien d'autres encore traduit l'existence d'un objet physique bien particulier, *le quanton*, et présente des difficultés d'analyse de son mouvement. Au niveau des "trajectoires" électroniques, par exemple, on constate que certaines orbitales semblent passer par le noyau (voir fig. 1.23). En outre, celles-ci ne peuvent être précisément représentées comme l'or-

bite d'une planète pourrait l'être. En fait, elles ne sont même pas des surfaces, mais plutôt des zones étendues de l'espace dans lesquelles la probabilité de trouver un électron est importante (voir fig. 1.22). Car, à cette échelle, on ne peut plus décrire la position de l'électron que par une probabilité de présence. En effet, un principe d'indétermination^c,

^c. Le terme d'indétermination est préférable à celui d'incertitude, communément attribué au principe de Heisenberg, qui laisse penser que l'indétermination est uniquement due

FIGURE 1.22 – L'atome : onde de probabilité
Une image bien plus complexe⁴¹

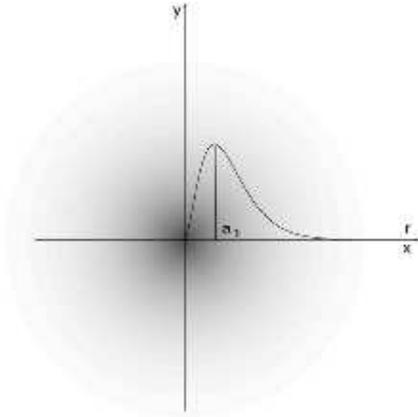
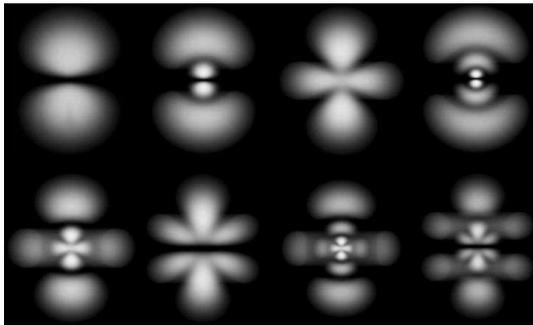


FIGURE 1.23 – L'orbitale : onde de probabilité
Une autre image complexe⁴³



dit de Heisenberg, règle la relation entre leur position et leur vitesse. Celui-ci exprime la constatation que si l'on connaît parfaitement la position d'un tel objet, alors sa vitesse ne peut nous être que totalement inconnue. Et inversement, si sa vitesse est parfaitement déterminée, alors on ne peut savoir où est l'objet. Ainsi, au niveau microscopique, la notion même de mouvement n'est pas claire, ou plutôt est bien plus complexe que celle que nous rencontrons dans la vie quotidienne.

“Il n’y a pour les quantons plus de mouvement au sens d’une trajectoire, comme celle que suit une particule classique. Puisqu’un quanton possède une spatialité continue, a une extension spatiale

à la mauvaise qualité de nos instruments de mesure et non à la caractéristique fondamentale des quantons de ne pas être localisés.

indéfinie, son mode d’évolution temporelle est plus proche de la propagation des ondes que du mouvement des corpuscules. Il faut donc ici rompre avec le projet cartésien qui était de décrire le monde « par figures et mouvements ». Plus de figures, plus de mouvement, mais d’autres caractérisations, bien sûr, qui ne correspondent pas à nos intuitions immédiates et à nos pratiques communes – ce sont de nouvelles notions que les théories physiques font émerger de l’expérience du monde quantique.”
(Lévy-Leblond, 2006, p. 33)

Ce monde étrange et fascinant de la physique de l'infiniment petit ne s'arrête pas à la dualité onde-corpuscule. La recherche des composants ultimes de la matière a de tout temps relevé du domaine de la physique. Avec l'atome, un pas important a été franchi. Mais il existe plus de 92 types d'atomes qui ont chacun leurs propriétés spécifiques. Naturellement donc on s'est intéressé à sa composition. Ce qui permet de découvrir les électrons, les protons et les neutrons. Ainsi, d'élémentaire, l'atome est passé au rang de structure complexe. Mais, comme on peut aussi le voir dans le tableau 1.1, il existe encore beaucoup d'autres particules qui composent le monde subatomique.

On peut y voir que l'ensemble des particules se décompose en deux catégories essentielles : les fermions et les bosons. Les premiers forment la matière et les seconds expliquent la nature des forces fondamentales.

LES FERMIONS Cette catégorie se compose elle-même de deux groupes : les leptons et les quarks. Les quarks sont les constituants des nucléons (composants du noyau) : protons et neutrons. Chaque nucléon est composé de trois quarks. Les leptons quant à eux doivent être considérés individuellement à l'instar de l'électron et du neutrino électronique.

LES BOSONS Sorte de messagers des interactions élémentaires, ils permettent de comprendre comment se réalisent les actions entre les corps. Ces actions sont des forces, comme la force de frottement, la force de gravitation, la force d'un ressort... qui ont toutes pour origine une des quatre interactions fondamentales à laquelle correspond chaque fois un type de particule véhiculant cette force :

ÉLECTROMAGNÉTIQUE ↔ LE PHOTON
FAIBLE ↔ UN BOSON INTERMÉDIAIRE

FORTE \leftrightarrow LE GLUON
DE GRAVITATION \leftrightarrow LE GRAVITON ?

Il faut noter que le graviton est encore hypothétique.

Finalement, il faut encore parler des particules très particulières formant l'antimatière. On sait de nos jours produire et stocker pendant une courte période (quelques jours^d) ce type de particules qui interagissent fortement avec la matière ordinaire en disparaissant totalement au profit de lumière. Ce sont des particules qui ont des propriétés inverses des particules de la matière ordinaire. Par exemple, un positron, qui est un anti-électron, a la même masse qu'un électron, mais une charge opposée. Ces particules n'existent pas sur terre ailleurs que dans les accélérateurs de particules où elles sont produites par la collision d'autres particules. Mais on peut envisager qu'il en existe beaucoup ailleurs dans l'univers. Cette question reste cependant débattue.

Conclusion

On peut maintenant mieux comprendre pourquoi la compréhension du mouvement est l'un des premiers objectifs du physicien et pourquoi la science qui permet de prévoir le "destin" des objets, la mécanique, commence par une description des mouvements les plus simples : la cinématique.

d. On crée des anti-protons dans un accélérateur de particules comme le CERN à Genève, on les ralentit et on les piège dans un champ électromagnétique. Voici à ce sujet un commentaire de M. Carlo RUBBIA (Prix Nobel de Physique 1984) :

*"L'antimatière est, comme vous l'avez vu, produite au CERN où une véritable usine de production a été construite. Nous utilisons des protons qui sont accélérés et viennent frapper une cible. Au cours des collisions, il y a production d'un grand nombre de particules ou d'antiparticules et, parmi elles, on trouve des antiprotons. Ces antiprotons sont stockés dans une bouteille magnétique qui, dans le cas particulier, est un anneau de stockage à accumulation. On obtient ainsi une quantité d'antimatière qui n'est pas très petite puisqu'elle atteint un microgramme par jour."*⁴⁴

La cinématique

2.1 Introduction

LA CINÉMATIQUE est la science de la description du mouvement. L'origine du mot, kinéma, le mouvement, est la même que celle du mot cinéma. Il s'agit de rendre compte des différentes manières de décrire précisément le mouvement d'un corps dans l'espace. Cette description n'implique pas la détermination des causes du mouvement. Celles-ci seront introduites au chapitre 3 consacré à la dynamique.

2.2 Position

2.2.1 Dimensions

Une dimension

On dira du mouvement d'un système physique qu'il est unidimensionnel ou en une dimension quand il se fait selon une droite.

Deux dimensions

On dira du mouvement d'un système qu'il est bidimensionnel ou en deux dimensions quand il se fait dans un plan.

Trois dimensions

On dira du mouvement d'un système qu'il est tridimensionnel ou en trois dimensions quand il se fait dans l'espace.

2.2.2 Système d'axes

Nous allons ici, pour plus de facilité, nous limiter aux mouvements unidimensionnels. La généralisation en deux dimensions est naturelle pour des systèmes d'axes et de coordonnées cartésiens. Nous ne verrons pas d'autre type de système d'axes. Par contre, vous trouverez en annexe B deux autres systèmes de coordonnées : circulaires (bidimensionnel) et sphérique (tridimensionnel). Ils sont assez simples pour être compris sans difficultés.

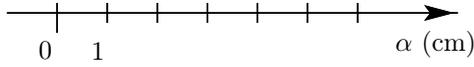
L'utilisation de plusieurs dimensions implique la transformation des grandeurs scalaires utilisées par la suite en grandeurs vectorielles. Présentée ici comme une grandeur scalaire, la vitesse par exemple est en fait un vecteur. Pourtant, par souci de simplicité, quand ce n'est pas absolument nécessaire, seules les grandeurs scalaires seront utilisées. Le passage aux grandeurs vectorielles est cependant simplement réalisé en plaçant une petite flèche au-dessus des grandeurs à caractère vectoriel. On peut alors considérer les définitions et relations mathématiques concernées comme vectorielles.

Un système d'axes unidimensionnel est donc une droite orientée (munie d'un sens), c'est-à-dire une flèche, munie d'une origine notée 0. On y ajoute généralement une unité de longueur notée 1 et des graduations, multiples de cette unité. On la représente comme indiqué à la figure 2.1 et on la nomme généralement x .

2.2.3 Position

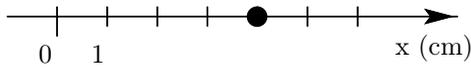
La position d'un objet un nombre muni d'une dimension, c'est-à-dire d'une unité. Elle correspond

FIGURE 2.1 – Un système d'axes en une dimension



simplement à la valeur indiquée en regard du point coïncidant sur l'axe avec le lieu où se trouve l'objet. En une dimension elle est notée x et prend une valeur déterminée par le choix de l'origine et de l'unité. Considérons l'exemple de la figure 2.2.

FIGURE 2.2 – La position d'un objet



On écrira alors dans ce cas particulier que la position est $x = 4$ cm.

Bien entendu, si l'objet se situe dans un plan, la position devient le vecteur position \vec{r} , repéré par deux coordonnées. Par exemple, on pourrait avoir :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ cm}$$

2.2.4 Déplacement

Le déplacement, noté Δx est la différence entre les positions initiale et finale de l'objet. On peut donc écrire : $\Delta x = x_{\text{final}} - x_{\text{initial}} = x_f - x_i = x_2 - x_1$. En deux dimensions, x est simplement un vecteur.

2.2.5 Distance parcourue

Il ne faut pas confondre déplacement et distance parcourue. Si un objet part d'un point, parcourt une certaine distance et y revient, son déplacement est nul. Par contre sa distance parcourue, notée d , ne l'est pas.

2.3 Vitesse

2.3.1 Vitesse moyenne

La vitesse moyenne \bar{v} d'un objet est donnée par :

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\text{déplacement}}{\text{temps}} \\ &= \frac{\text{position}_{\text{finale}} - \text{position}_{\text{initiale}}}{\text{temps}} \end{aligned}$$

En d'autres termes :

$$\boxed{\bar{v} = \frac{d}{t} = \frac{x_f - x_i}{t} = \frac{\Delta x}{t}} \quad (2.1)$$

Bien que la notation exacte pour la vitesse moyenne soit \bar{v} , la barre sur le v est souvent omise quand cela ne pose pas de problème de confusion avec la vitesse instantanée.

Les unités de la vitesse sont : $[v] = \text{m/s}$

En plusieurs dimensions, la définition de la vitesse est identique sauf que la notation vectorielle apparaît.

2.3.2 Exemples

Exemple 1

Un objet se déplace de $x = 3$ m à $x = 7$ m en 10 s. Quelle est sa vitesse moyenne ?

Réponse : $v = \frac{7-3}{10} = 0,4$ m/s

Exemple 2

Un objet se déplace de $x = 30$ km à $x = 10$ km en une demi-heure. Calculez sa vitesse moyenne en km/het en m/s.

Réponse :

$$\begin{aligned} v &= \frac{10 - 30}{0,5} = -40 \text{ km/h} \\ &= \frac{-40 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} = -\frac{40 \cdot 10^3}{3,6 \cdot 10^3} = -\frac{40}{3,6} = -11,1 \text{ m/s} \end{aligned}$$

La vitesse est négative, donc l'objet recule ou se déplace dans le sens contraire de celui de l'axe.

2.3.3 Vitesse instantanée

La vitesse instantanée d'un objet est la vitesse qu'il a à un instant précis et non au cours d'un intervalle de temps donné. Cette vitesse est obtenue en raccourcissant l'intervalle de temps entre les deux mesures de position finale et initiale, jusqu'à

ce que cet intervalle soit infiniment court, c'est-à-dire nul. On a alors la vitesse instantanée à ce moment précis. Ainsi on peut écrire formellement :

$$v_{instantanée} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

et on verra que cette opération mathématique de limite correspond à la notion de dérivée.

2.4 Accélération

2.4.1 Accélération moyenne

L'accélération moyenne \bar{a} d'un objet est donnée par :

$$\bar{a} = \frac{v_{finale} - v_{initiale}}{temps} = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_f - v_i}{t} \quad (2.2)$$

Bien que la notation exacte pour l'accélération moyenne soit \bar{a} , la barre sur le a est souvent omise quand cela ne pose pas de problème de confusion avec l'accélération instantanée.

Les unités de l'accélération sont $[a] = \text{m/s}^2$.

En plusieurs dimensions, la définition de l'accélération est identique sauf que la notation vectorielle apparaît.

2.4.2 Exemples

Exemple 1

Un objet accélère de 0 à 100 km/h en 10 s. Quelle est son accélération ?

Réponse : attention, il faut que les unités du dénominateur (s) correspondent à celles du numérateur (km/h). On doit donc soit transformer des km/h en km/s, soit des secondes en heures :

- 100 km/h = 100/3600 km/s = 0,028 km/s
Ainsi, l'accélération vaut alors :
 $a = 0,028/10 = 0,0028 \text{ km/s}^2$.
- 10 s = 10/3600 = 0,0028 h
Ainsi, l'accélération vaut alors :
 $a = 100/0,0028 = 36'000 \text{ km/h}^2$.

- La solution la plus courante est d'exprimer toutes les grandeurs en unités du système international (voir annexe A), c'est-à-dire des mètres et des secondes.

Ainsi on aurait :
100 km/h = 100/3,6 = 27,8 m/s
et l'accélération serait alors :
 $a = 27,8/10 = 2,78 \text{ m/s}^2$.

Exemple 2

Un objet passe de 20 m/s à 36 km/h en 10 s. Quelle est son accélération ?

Réponse : 36 km/h = 36/3,6 = 10 m/s.
Ainsi $a = (10 - 20)/10 = -1 \text{ m/s}^2$.

L'accélération est négative. Cela signifie ici que l'objet freine. On parle alors d'un cas particulier d'accélération : la décélération.

Remarque :

Dans le calcul de l'accélération, il faut toujours tenir compte des vitesses avec leur signe. Ainsi, il est possible de concevoir un objet qui ne décélère pas et dont l'accélération est négative (voir exercices).

2.4.3 L'accélération instantanée

De la même manière que pour la vitesse instantanée, on peut définir l'accélération instantanée par :

$$a_{instantanée} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

2.5 Mouvements simples

2.5.1 Le mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Définition

Un objet est dit en mouvement rectiligne uniforme (MRU), s'il se déplace en ligne droite et à vitesse constante.

Propriétés

De la définition de la vitesse on tire :

$$v = v_o = \frac{x - x_o}{t} \Rightarrow v_o \cdot t = x - x_o$$

$$\Rightarrow x = v_o \cdot t + x_o$$

car la vitesse v au cours du temps ne change pas. Elle est donc la même à un instant t quelconque qu'à l'instant $t = 0$ s, moment où on la note v_o .

Ainsi, on peut écrire :

$$\boxed{x(t) = v_o \cdot t + x_o} \quad (2.3)$$

Cette équation donne la position $x(t)$ d'un objet au cours du temps en fonction de sa vitesse v_o (constante), de l'instant t qu'on considère et de sa position initiale x_o . C'est une droite affine de pente v_o et d'ordonnée initiale x_o .

Un exemple : Apollo en route vers la Lune

Il s'agit ici d'un exemple - contre-exemple, comme nous allons le voir par la suite. D'une manière très grossière, on peut décrire le mouvement d'une capsule Apollo en route vers la Lune en trois phases :

1. La fusée décolle et amène la capsule à une altitude de 370 km environ. Celle-ci est alors en orbite autour de la Terre.
2. On allume la propulsion pour la faire dégager de son orbite autour de la Terre. Elle se dirige alors vers la Lune.
3. Elle arrive à une altitude de 5700 km environ de la surface de la Lune. Là, elle est freinée (par des moteurs) pour être capturée par la Lune et pouvoir s'y poser.

Pendant la phase de transfert entre les orbites terrestre et lunaire, on peut faire l'hypothèse d'un MRU. Nous verrons par la suite la validité de cette hypothèse.

En utilisant les différentes grandeurs données ci-dessous, calculez la vitesse moyenne de la capsule Apollo 12 lors de son transfert vers la Lune.

On a besoin des données ^a du tableau 2.1 :

Solution :

Le temps t de déplacement vaut :

$$\begin{aligned} t &= 4 \text{ h } 45 \text{ min} + 3 \cdot 24 \text{ h} + 6 \text{ h } 10 \text{ min} \\ &= 82 \text{ h } 55 \text{ min} = 82,92 \text{ h} \end{aligned}$$

^a. Apollo en chiffres : <http://history.nasa.gov/SP-4029/contents.htm>

FIGURE 2.3 – Apollo 16
Rencontre du module de commande et du module lunaire d'Apollo 16 le 23 avril 1972⁴⁶.



TABLE 2.1 – Données de la mission Apollo 12

Grandeur	Valeur
Rayon de la Terre	6'371 km
Altitude orbite terrestre	370 km
Date départ orbite terrestre	14 nov. 1969
Heure départ orbite terrestre	19 h 15
Distance Terre-Lune	$3,84 \cdot 10^8$ m
Altitude orbite lunaire	5700 km
Date arrivée orbite lunaire	18 nov. 1969
Heure arrivée orbite lunaire	6 h 10
Rayon de la Lune	$1,738 \cdot 10^6$ m

La distance d parcourue vaut :

$$\begin{aligned} d &= d_{\text{Terre-Lune}} - R_{\text{Terre}} - h_{\text{orbite-Terre}} \\ &\quad - R_{\text{Lune}} - h_{\text{orbite-Lune}} \\ &= 3,84 \cdot 10^5 - 6'371 - 370 \\ &\quad - 1,738 \cdot 10^3 - 5'700 = 369'821 \text{ km} \end{aligned}$$

La vitesse moyenne est donc de :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{369'821}{82,92} = 4460 \text{ km/h}$$

Remarques importantes :

En réalité le mouvement de la capsule est loin d’être un MRU. En effet, la Terre et la Lune exercent leurs attractions respectives. Ainsi, si la vitesse initiale de rotation de la capsule autour de la Terre était de 28000 km/h, celle-ci était augmentée par la propulsion pour se dégager de la Terre jusqu’à une valeur de 38000 km/h.

Ensuite, l’attraction de la terre freinait constamment le vaisseau. “Sa vitesse tombait ainsi à près de 5000 km/h au point d’équigravité (gravité équivalente entre la Terre et la Lune) qui se situe à environ 300’000 km de notre planète (sur une distance moyenne Terre-Lune de 380’000 km), pour accélérer à nouveau compte tenu de l’attraction lunaire. Au voisinage de notre satellite, le vaisseau Apollo arrivait à une vitesse de 8.000 km/h, mais encore bien trop rapide pour devenir captif de la gravité lunaire. Aussi, l’engin devait effectuer une rotation de 180° (l’arrière vers l’avant) puis, grâce à la mise à feu du propulseur auxiliaire libérant une poussée de 10 tonnes (pendant 4 minutes et demie), ralentissait juste ce qu’il fallait pour être pris dans le champ de la gravité lunaire.”⁴⁷

On voit ainsi que le mouvement des engins spatiaux est loin d’être un mouvement aussi simple qu’on pourrait le penser étant donné le vide dans lequel ils se trouvent. En particulier, il est loin d’être rectiligne et de se faire à vitesse constante.

Bien entendu, ce mouvement devait être parfaitement connu pour pouvoir amener des hommes sur la Lune. Nous verrons dans le chapitre suivant (paragraphe 3.2) qu’en réalité ce mouvement peut être assez facilement déterminé grâce à la loi de la gravitation universelle de Newton.

Autre exemple : le déplacement d’Andromède

Contrairement à la plupart des galaxies qui s’éloignent de nous en raison de l’expansion de l’univers, celle d’Andromède (ainsi que celles du groupe local) se rapproche de nous.

A l’aide des données ci-dessous, calculez dans combien d’années elle rencontrera notre galaxie, la Voie Lactée (voir la figure 2.4).

- Vitesse d’approche : 500’000 km/h
- Position initiale : $2,55 \cdot 10^6$ AL
- Vitesse de la lumière : 300’000 km/s

FIGURE 2.4 – Collision Andromède-Voie Lactée
Rencontre, vue depuis la Terre, d’Andromède et de la Voie Lactée. Vue d’artiste⁴⁹.



Il existe plusieurs manières de résoudre ce problème. En voici une. On commence par déterminer la vitesse d’Andromède en AL/an. Pour cela, on commence par l’exprimer en km/an :

$$500'000 \text{ km/h} = 5 \cdot 10^5 \cdot 24 \cdot 365 = 4,38 \cdot 10^9 \text{ km/an}$$

Puis, on traduit ces *km* en *AL* à l’aide de :

$$1 \text{ AL} = 300'000 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365 = 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

Ce qui permet d’obtenir la vitesse recherchée :

$$\begin{aligned} v &= 4,38 \cdot 10^9 \text{ km/an} = 4,38 \cdot 10^9 / 9,4608 \cdot 10^{12} \\ &= 4,63 \cdot 10^{-4} \text{ AL/an} \end{aligned}$$

Enfin, considérant qu’on peut faire l’hypothèse d’un mouvement à vitesse constante, on a alors :

$$t = 2,55 \cdot 10^6 / 4,63 \cdot 10^{-4} = 5,5 \cdot 10^9 \text{ ans}$$

Ce qui correspond à 5,5 milliards d’années.

Mais en réalité, plus Andromède se rapprochera de la Voie Lactée, plus sa vitesse augmentera. Ainsi, le mouvement ne se fait pas à vitesse constante et le temps avant la rencontre sera plus petit : **3 milliards d’années**.

2.5.2 Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Définition

Un objet est dit en mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA), s'il se déplace en ligne droite et avec une accélération constante.

Propriétés

On montre (voir annexe F.1) que pour un MRUA, on a :

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_o \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o \quad (2.4)$$

où $x(t)$ est la position de l'objet au cours du temps, a_o son accélération initiale (et donc son accélération tout court), v_o sa vitesse initiale, x_o sa position initiale et t l'instant qu'on considère.

Par définition de l'accélération, on a aussi :

$$a = a_o = \frac{v - v_o}{t} \Rightarrow a_o \cdot t = v - v_o \\ \Rightarrow v = a_o \cdot t + v_o$$

Ainsi, on peut écrire :

$$v(t) = a_o \cdot t + v_o \quad (2.5)$$

Comme on le voit, la vitesse au cours du temps est une droite affine de pente a_o et d'ordonnée initiale v_o . D'autre part, la position au cours du temps est une parabole (en t^2).

Finalement, on peut constater que le MRU n'est qu'un cas particulier de MRUA. En effet, il suffit de poser $a_o = 0$ dans les équations du MRUA pour retrouver celle du MRU.

2.5.3 La chute libre

Historiquement, le problème de la chute libre fut résolu dans le cadre de la remise en question des théories d'Aristote (voir paragraphe 3.1.3). Disons, en substance, que ce problème fut la première pierre de l'édifice théorique qui permit de réunifier deux mondes dont la séparation par Platon fut reprise par Aristote : le monde sublunaire (en dessous de la Lune) et le monde supralunaire (en dessus de la Lune). Pour Aristote, la physique dans ces deux

mondes n'obéissait pas aux mêmes lois. Or, on va voir que les propriétés de la chute libre à la surface de la Terre sont les mêmes que celles de la "chute" de la Lune sur la Terre. Cette découverte mena à la réfutation totale de la théorie d'Aristote et permit aux physiciens la prétention extraordinaire de pouvoir décrire tout l'Univers avec les mêmes lois. La résolution du problème de la chute libre fut donc un événement très important, pour ne pas dire essentiel, dans l'histoire de la physique, même s'il paraît aujourd'hui d'une moindre importance. Par ailleurs, comme il est un exemple idéal de par sa simplicité et ses facilités expérimentales pour la présentation de la notion d'accélération, il mérite d'être étudié attentivement.

Définition La chute d'un objet est dite libre quand elle se fait en l'absence totale de tout frottement. Un bon exemple est donné par la chute d'un objet à la surface de la Lune (qui est sans atmosphère). On peut aussi considérer la chute d'un objet dans un tube à vide. Ou encore tout simplement la chute d'un objet à la surface de la Terre, pour autant qu'elle ne dépasse pas quelques mètres. Dans ces conditions, en effet, le frottement est assez faible pour être négligé.

Propriétés On montre alors que la chute libre d'un objet ne dépend pas de sa masse. Cela signifie que deux objets en chute libre, comme un marteau et une plume tomberont exactement de la même manière (voir vidéo et tube à vide). D'autre part, dans les conditions d'une chute de faible hauteur, l'accélération a une autre propriété importante. Mais pour la déterminer, il faut réaliser l'expérience suivante :

Expérience On lâche une petite bille d'une hauteur connue et on mesure son temps de chute.

Le tableau 2.2 donne les résultats obtenus.

Calculs A partir des mesures brutes du tableau 2.2, on calcule les vitesses moyennes correspondant à chaque intervalle de temps, ainsi que les temps moyens correspondants :

$$t_{moyen} = \frac{t_{i+1} + t_i}{2} \text{ et } v_{moyenne} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h_{i+1} - h_i}{t_{i+1} - t_i}$$

On peut ainsi remplir le tableau 2.3.

Galilée ou Galileo Galilei(1564-1642)

Galilée est parfois considéré comme le père de la physique moderne en ce qu'il fut expérimentateur. Il étudia la chute des corps sur un plan incliné :

“Plaçant alors l'appareil dans une position inclinée, en élevant l'une de ses extrémités d'une coudée ou deux au-dessus de l'horizon, nous laissons, comme je l'ai dit, descendre la boule dans le canal, en notant [...] le temps nécessaire à une descente complète. [...] La mise en place et cette première mesure accomplies, nous faisons descendre la même boule sur le quart du canal seulement : le temps mesuré était toujours rigoureusement égal à la moitié du temps précédent. Nous faisons ensuite varier l'expérience, en comparant le temps requis pour parcourir la longueur entière du canal avec le temps requis pour parcourir sa moitié, ou les deux tiers, ou les trois quarts, ou tout autre fraction ; dans ces expériences répétées une bonne centaine de fois, nous avons toujours trouvé que les espaces parcourus étaient entre eux comme les carrés des temps, et cela quelle que soit l'inclinaison du plan, c'est-à-dire du canal.”

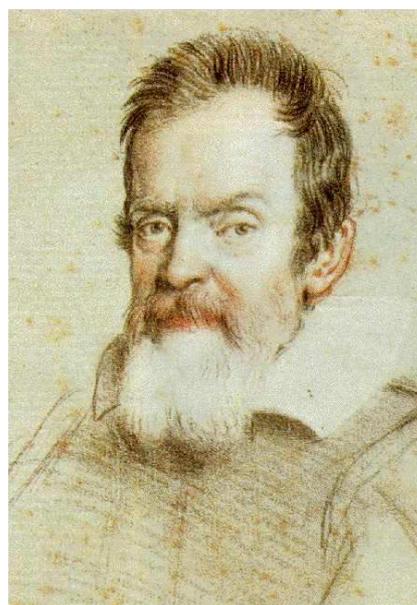
(Hawking, 2003, Galilée - 1638 - Dans "Discours et démonstrations mathématiques sur deux nouvelles sciences", p. 200.)

On peut considérer Galilée comme le “père” de l'équation horaire de la position d'un objet en chute libre. Le théorème II proposition II des “Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles” dit :

Portrait de Galilée tiré de Wikipedia⁵⁰

“Si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quelconques par ce même mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces mêmes temps.”

(Hawking, 2003, Galilée - 1638 - Dans "Discours et démonstrations mathématiques sur deux nouvelles sciences", p. 197.)



A partir des résultats des tableaux 2.2 et 2.3, on construit les graphes horaires (le temps est toujours placé sur l'axe des x) suivants : hauteur en fonction du temps (h vs t : figure 2.5) et vitesse en fonction du temps moyen (v vs t : figure 2.6)^b.

Analyse des résultats Commençons par analyser le graphe de la figure 2.6, plus particulièrement celui de la vitesse en fonction du temps. Il correspond à une droite linéaire. Cela signifie que la vitesse augmente toujours de la même manière, c'est-à-dire que pour un intervalle de temps donné l'augmentation de vitesse est toujours la même ou

b. vs signifie “versus” c'est-à-dire “en fonction de” en latin.

encore que l'accélération est constante. Bien évidemment cette dernière n'est autre que la pente du graphe puisqu'elle s'exprime comme le rapport d'une différence de vitesse par une différence de temps. Comme précisé sur le graphe, la pente vaut $9,81 \text{ m/s}^2$. Le mouvement est donc rectiligne uniformément accéléré. Son accélération est appelée accélération terrestre et notée g .

En ce qui concerne le graphe de la figure 2.5, plus précisément celui de la position en fonction du temps, on constate clairement la parabole correspondant à un MRUA. L'expression générale permet donc aussi de calculer la valeur de l'accélération terrestre en multipliant le coefficient devant le t^2 par deux, puisque pour une MRUA on a $x = 1/2 \cdot a \cdot t^2$. On retrouve alors bien la valeur de $9,81 \text{ m/s}^2$.

TABLE 2.2 – La hauteur en fonction du temps

i	h_i (m)	t_i (s)
1	0,1	0,1428
2	0,2	0,2019
3	0,3	0,2473
4	0,4	0,2856
5	0,5	0,3193
6	0,6	0,3497
7	0,7	0,3778
8	0,8	0,4039
9	0,9	0,4284

FIGURE 2.6 – Chute libre

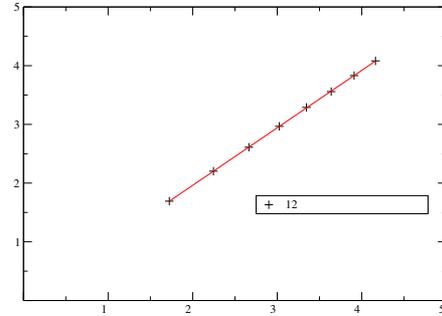
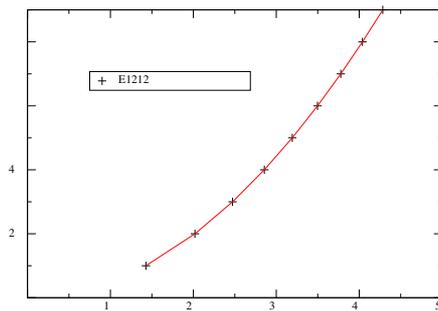


TABLE 2.3 – La vitesse en fonction du temps

i	t_{moyen} (s)	$v_{moyenne}$ (m/s)
1-2	0,1724	1,6920
2-3	0,2246	2,2026
3-4	0,2665	2,6110
4-5	0,3025	2,9674
5-6	0,3345	3,2895
6-7	0,3638	3,5587
7-8	0,3909	3,8314
8-9	0,4162	4,0816

FIGURE 2.5 – Chute libre



Conclusions La chute libre est un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Son accélération est dite accélération terrestre, notée g et vaut $9,81 \text{ m/s}^2$.

2.5.4 Balistique

Jusqu'à présent, pour la chute libre, le mouvement se déroulait en une dimension. Dans le cas de mouvements dits "balistiques", le mouvement se fait dans un plan. Les exemples typiques de ce type de mouvement sont ceux d'un obus de canon, d'une balle de fusil, d'une balle de football, etc.

Définition En réalité les mouvements donnés en exemple ci-dessus sont plus complexes que le mouvement simple dit "balistique".

Le mouvement d'un objet est dit "balistique", si la seule force qui s'exerce sur lui est son poids. Il se déroule donc sans frottement et se fait dans un plan.

Propriétés La conséquence du fait que seul le poids intervient dans ce mouvement est qu'on peut le décomposer en deux mouvements simples : horizontalement, le mouvement est un MRU et verticalement, un MRUA d'accélération $a = 9,81 \text{ m/s}^2$. En effet, en l'absence de frottement seul le poids agissant verticalement peut produire une accélération.

Remarquons que cela implique qu'un objet lancé horizontalement (sans aucune vitesse verticale) depuis le haut du pont du Gard, par exemple, tombera en même temps qu'un autre simplement lâché du même endroit. Pratiquement cela signifie qu'ils arriveront exactement au même moment au sol.

Équations On peut ainsi écrire, horizontalement (sur l'axe x) :

$$x(t) = v_{xo} \cdot t + x_o \quad (2.6)$$

$$v_x(t) = v_{xo} \quad (2.7)$$

$$a_x(t) = 0 \quad (2.8)$$

On peut aussi écrire, verticalement (sur un axe y pointant vers le bas!) :

$$y(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{yo} \cdot t + y_o \quad (2.9)$$

$$v_y(t) = g \cdot t + v_{yo} \quad (2.10)$$

$$a_y(t) = g \quad (2.11)$$

Ce sont là les équations de base du mouvement balistique. Remarquez que l'accélération $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ est l'accélération terrestre pour autant que le mouvement se fasse à la surface de la terre.

Notez aussi que le signe positif de l'accélération vient du fait que l'axe y choisi pointe vers le bas. Le signe de la vitesse v_{yo} doit alors aussi être choisi de la même manière, c'est-à-dire positif si celle-ci pointe vers le bas. Si on choisit de faire pointer l'axe y vers le haut, alors l'accélération devient négative, de même que la vitesse si elle pointe vers le bas.

Enfin, on utilise souvent la notation simplifiée :

$$h = y - y_o = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{yo} \cdot t$$

en omettant $y - y_o$, ce qui permet de relier directement la hauteur au temps.

Premier exemple On lance un caillou du haut du pont du Gard avec une vitesse horizontale de 1 m/s . Il arrive au sol à une distance de $3,16 \text{ m}$ du pied de l'endroit où il a été lancé. Quelle est la hauteur du pont du Gard?

Réponse :

- Le mouvement horizontal est un MRU de vitesse $v = 1 \text{ m/s}$. Ainsi, le temps mis par le caillou pour parcourir horizontalement les $3,16 \text{ m}$ est de $3,16$ secondes.
- Or, c'est dans ce même temps (le temps de vol) que le caillou a parcouru verticalement la hauteur du pont. Verticalement, le mouvement étant un MRUA, on peut écrire :

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0,5 \cdot 9,81 \cdot 3,16^2 = 49 \text{ m}$$

Second exemple Considérons le problème suivant :

Un plongeur court horizontalement sur la plateforme d'un plongoir haut de 10 m . Arrivé à l'extrémité avec une vitesse horizontale de 2 m/s , il saute. Calculez la distance horizontale à partir du pied de l'extrémité du plongoir à laquelle le plongeur arrive dans l'eau.

Réponse :

- Le temps de chute est donné par : $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 1,4 \text{ s}$, si on arrondit g à 10 m/s^2 .
- La distance horizontale parcourue est alors : $x = v_o \cdot t = 2 \cdot 1,4 = 2,8 \text{ m}$.

2.5.5 La chute libre ... de la Lune

La question est ici de savoir pourquoi la lune "tient" au-dessus de notre tête.

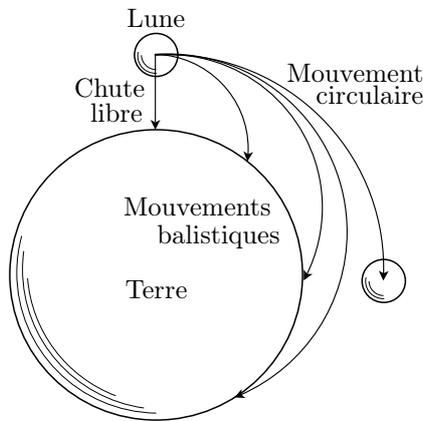
La réponse d'Aristote était qu'il est naturel pour un objet du monde supralunaire (dont la Lune fait partie) de suivre le type de mouvement propre à ces objets divins : un mouvement circulaire. Un tel objet n'est en effet pas soumis à la même physique que les objets du monde sublunaire, ceux qui se déplacent à la surface de la Terre. La Lune ne tombe donc pas sur la Terre.

Pour les physiciens actuels, la même physique doit être valable dans tout l'Univers. Ainsi, la Lune, comme un autre objet à la surface de la Terre, est soumise à son poids, c'est-à-dire à l'attraction de la Terre. Elle devrait donc tomber sur celle-ci. Or, manifestement, elle ne le fait pas. Cela signifie-t-il alors que son poids est nul? Si on considère que la Lune est un objet comme un autre, cela ne peut être le cas. Comment donc expliquer que la Lune ne tombe pas?

On pourrait répondre à cette question en admettant, même si cela paraît paradoxal, qu'en réalité elle tombe. L'idée est la suivante : supposons qu'on lance un objet horizontalement un peu au-dessus de la surface de la Terre. Appelons v la vitesse horizontale initiale. Si v est nulle, l'objet tombe en chute libre. Si v est non nulle, mais petite, l'objet est en mouvement balistique et il tombe sur la terre quelques mètres plus loin. Plus v est grande, plus la distance qu'il parcourt à la surface de la Terre est grande. Si la vitesse est assez grande, l'objet semble suivre la courbure de la Terre, tout en tom-

bant petit à petit jusqu'à sa surface. A la limite, pour une vitesse donnée, l'objet tombe "en même temps" que la courbure de la Terre voit "descendre" sa surface (cf. figure 2.7). C'est alors comme s'il la ratait en permanence. Ainsi, il peut tomber sur la Terre tout en tournant autour d'elle. La figure 2.8 présente l'illustration⁵¹ utilisée par Newton dans les principia de 1728 pour expliquer la chute de la lune^c (voir aussi page 61).

FIGURE 2.7 – L'idée de la chute de la Lune



De façon plus détaillée, mais partiellement inexacte comme nous le verrons plus tard, on pourrait dire que la Lune tombe sur la Terre d'une hauteur égale à la distance Terre-Lune en un quart de la période de rotation de la Lune autour de la Terre (cf. figure 2.9).

De cette manière, on peut calculer la valeur de l'accélération que devrait avoir la Lune dans sa chute sur la Terre pour "tomber" d'un quart de tour. Très grossièrement, en confondant la chute de la Lune avec un simple mouvement balistique dont la composante verticale est un MRUA, on pourrait en effet écrire :

$$h = d_{Terre-Lune} = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{T}{4}\right)^2$$

où T est la période de rotation de la Lune autour

c. Avec mes plus vifs remerciements à Emilio Segrè Visual Archives pour son autorisation de reproduire ici cette magnifique illustration de Newton tirée des Principia de 1728 présentant la relation entre chute et satellisation. On la trouve aussi dans (Lindemann, 1999, p. 164).

FIGURE 2.8 – L'idée de la chute de la Lune
Illustration des Principia.

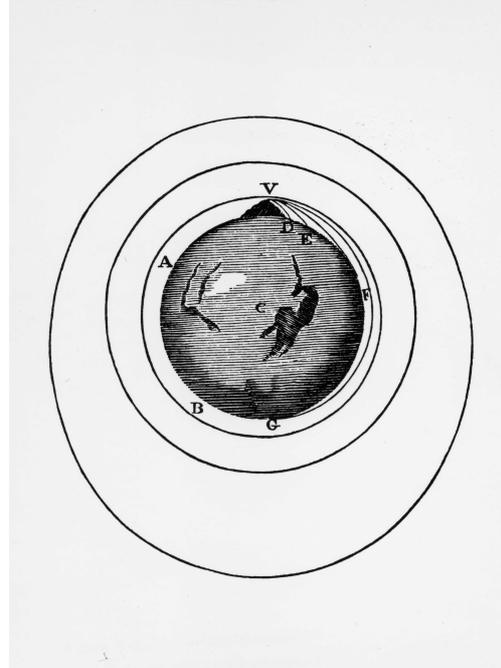
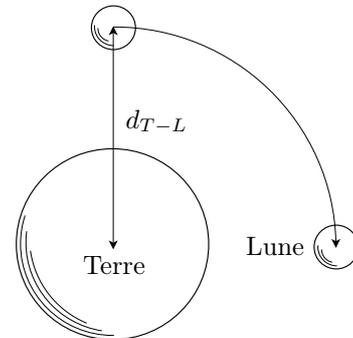


FIGURE 2.9 – Chute de la Lune sur la Terre



de la Terre. Ainsi :

$$a = \frac{32 \cdot d_{t-l}}{T^2} = \frac{32 \cdot 3,84404 \cdot 10^8}{(30 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 1,83 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Cette valeur est du bon ordre de grandeur puisqu'en réalité l'accélération de la Lune vers la Terre vaut :

$$a = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Bien entendu, ces deux valeurs sont néanmoins assez différentes. Cependant, étant donné les hypothèses très grossières qui ont été faites, obtenir un bon ordre de grandeur est un résultat remarquable. En effet, on a considéré que le mouvement était balistique, c'est-à-dire qu'à tout instant la direction dans laquelle la Lune tombe est la même. Or, étant donné la courbure de la Terre, sur un quart de période, cette direction varie de 90°. En réalité donc, le mouvement n'est pas balistique, mais central, c'est-à-dire que la chute de la Lune se fait toujours vers un même point. Ainsi, le mouvement réel de la Lune ne se fait pas sur une parabole, comme dans le cas d'un mouvement balistique, mais sur une ellipse (très proche d'un cercle). L'annexe G présente un calcul plus correct de l'accélération de la Lune basé sur une orbite circulaire. Il permet aussi d'en déduire la forme de la force de gravitation donnée par la loi de la gravitation universelle (voir paragraphe 3.2.3) qui est inversement proportionnelle au carré de la distance à la Lune. Ce calcul est néanmoins encore une approximation puisque l'orbite n'est pas circulaire mais elliptique.

Quoi qu'il en soit, l'idée que la Lune tombe en permanence sur la Terre peut parfaitement expliquer qu'elle tienne apparemment en apesanteur au-dessus de notre tête, pour autant qu'elle soit animée d'une vitesse non nulle parallèle à la surface de la Terre, que celle-ci ait une valeur bien précise et, bien entendu, qu'elle ne soit soumise à aucun frottement.

Nous verrons au prochain chapitre (paragraphe 3.2) avec la dynamique de Newton (sa théorie du mouvement) et sa loi de la gravitation universelle (paragraphe 3.2.3), que le mouvement des objets en rotation autour de la Terre, comme la lune, mais aussi comme les satellites artificiels, est parfaitement expliqué par l'idée de la chute d'objets à vitesse initiale tangentielle non nulle.

Remarquons enfin que cette idée a été remise en question par Einstein dans sa théorie de la relativité générale. Celui-ci revient en effet à l'idée d'un mouvement "naturel" sans contrainte, sans attraction par la Terre, dans un espace courbe.

2.5.6 Mouvement circulaire uniforme (MCU)

La cinématique du mouvement circulaire uniforme est identique à celle du MRU si on remplace

les distances par des angles. Ainsi, en guise de position, on prendra l'angle des coordonnées circulaires (voir figure B.1). A partir de là, la vitesse \bar{v} et l'accélération angulaires \bar{a} moyennes (on écrit aussi généralement simplement v et a) se définissent très simplement :

$$\begin{aligned} x(t) &\rightarrow \theta(t) \\ \bar{v}(t) &\rightarrow \bar{\omega}(t) = \frac{\theta - \theta_o}{t - t_o} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ \bar{a}(t) &\rightarrow \bar{\alpha}(t) = \frac{\omega - \omega_o}{t - t_o} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \end{aligned}$$

Bien entendu, on a aussi pour les grandeurs instantanées :

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \\ \alpha(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \end{aligned}$$

Ces définitions sont valables pour tout mouvement circulaire, en particulier s'il n'est pas uniforme. Dans le cas d'un MCU, on a les deux conditions suivantes en plus :

$$\omega(t) = \omega_o \text{ et } \alpha(t) = 0 \text{ m/s}^2$$

Par ailleurs, la relation liant le rayon d'un arc de cercle à sa longueur, relation traduite dans la figure A.1, permet de relier les grandeurs linéaires ($x(t)$, $v(t)$) et celles qui sont angulaires ($\theta(t)$, $\omega(t)$) :

$$\boxed{L = \theta \cdot R} \tag{2.12}$$

implique, par dérivation :

$$v = \frac{dL}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot R = \omega \cdot R \Rightarrow$$

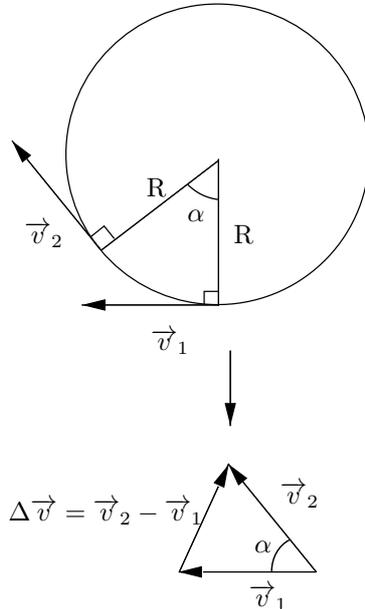
$$\boxed{v = \omega \cdot R} \tag{2.13}$$

Relation importante

La complexité de la dynamique de ce mouvement tient dans son caractère bidimensionnel. En d'autres termes, il est nécessaire de tenir compte du caractère vectoriel de la vitesse (voir figure 2.10).

Ainsi, la rotation du vecteur vitesse "produit" un vecteur $\Delta \vec{v}$. Or, par définition de l'accélération :

FIGURE 2.10 – Mouvement circulaire uniforme



$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

si $\Delta \vec{v}$ est non nul, alors il y a accélération. Sur la figure on voit aussi que la direction de $\Delta \vec{v}$, comme celle de l'accélération \vec{a} , est radiale et plus précisément dans le sens du centre du cercle.

Le mouvement circulaire uniforme est donc particulier en ce sens que tout en se déroulant à vitesse (scalaire) constante, il se déroule avec une accélération non nulle, mais qui est perpendiculaire à la vitesse.

De plus, on montre que la valeur de l'accélération est :

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}} \quad (2.14)$$

où v est la vitesse scalaire et R le rayon du cercle.

En effet, selon la figure 2.10 et pour de petits angles, on a :

$$\Delta x = \alpha \cdot R \text{ et } \Delta v \cong \alpha \cdot v$$

où Δx est la longueur de l'arc de cercle entre les deux instants où on considère la vitesse. Si Δt est le temps entre ces deux instants, on peut écrire :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\alpha \cdot v}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot v = \frac{v^2}{R}$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.

Le mouvement circulaire uniforme est donc un mouvement composé de deux mouvements simples : un mouvement uniforme et un mouvement accéléré. Cependant, il est différent du mouvement balistique, lui aussi composé de ces deux mêmes mouvements, en ce qu'ils ne sont pas rectilignes. En effet, si on peut dire que le mouvement balistique est composé d'un MRU et d'un MRUA, on ne peut en dire autant pour le MCU. Il serait plutôt composé d'un MU et d'un MUA, voire même d'un MA si on considère que, bien que la norme du vecteur accélération soit constante, le vecteur lui-même ne l'est pas puisqu'il tourne.

Enfin, la présence d'une accélération dans le mouvement circulaire uniforme a de lourdes conséquences en termes de dynamique, c'est-à-dire en termes de forces comme nous le verrons au paragraphe 3.2.3, à l'annexe G.2 ou à l'annexe H qui traitent de la dynamique d'objets comme les satellites, liés à la terre par la force de gravitation.

2.5.7 Lois de Kepler

Un exemple très intéressant de cinématique du mouvement, au sens d'une description du mouvement, est donné par les lois de Kepler. Grâce à l'utilisation de mesures très précises fournies par le prestigieux astronome danois Tycho Brahé et à une analyse approfondie de l'orbite de Mars, Kepler parvient à montrer que l'orbite des planètes n'est pas circulaire, comme le prétendait la cosmologie ptoléméenne, mais elliptique. Il énonce alors les trois lois importantes qui vont porter son nom et permettre de mieux comprendre la mécanique céleste.

Première loi L'orbite des planètes est une ellipse dont le Soleil est à l'un des foyers.

Deuxième loi En des temps égaux, la surface balayée par la distance entre le Soleil et la planète est toujours la même.

Kepler (1571-1630)

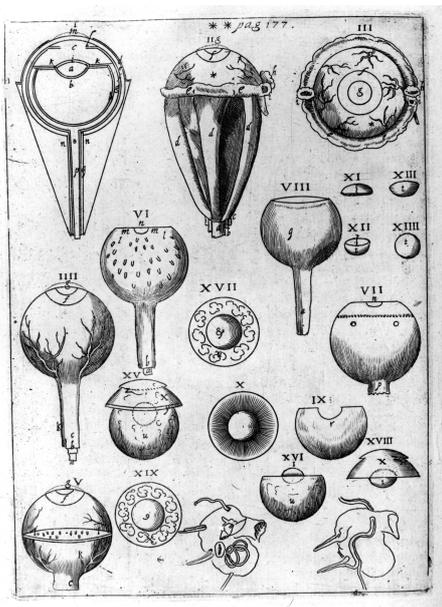
Associé au très grand astronome Tycho Brahé, Johannes Kepler va mettre fin définitivement à la cosmologie aristotélicienne qui prétendait que les orbites des planètes étaient des cercles, figure parfaite du monde des Dieux. En effet, à la suite d'une recherche portant sur les rapports de distance entre les planètes basée sur les polyèdres réguliers, Kepler va découvrir grâce à l'étude de Mars que la forme de l'orbite des planètes est elliptique.

Avec les observations de Galilée (cratères sur la Lune, taches solaires, phases de Vénus et satellites de Jupiter), celles de Tycho Brahé sur le mouvement des comètes à travers les sphères cristallines censées "porter" les planètes, les calculs de Kepler vont non seulement permettre l'abandon de l'idée de fixité de la Terre, mais plus tard trouver une place importante dans la nouvelle physique élaborée par Newton.



Portrait de Kepler tiré de Wikipedia⁵²

FIGURE 2.11 – *Astronomica pars Optica*⁵⁴



L'énoncé de la première loi peut amener à nous demander quel est le rôle du second foyer de l'ellipse, celui où le corps central n'est pas. La question vient d'une apparente dissymétrie des rôles des foyers qui est pour nous troublante, mais se révèle sans fondement. Ce foyer est bien présent et n'est tout simplement pas un point exceptionnel.

Ces lois sont en réalité valables pour tout corps tournant autour d'un corps central sous l'effet de la gravitation.

En considérant le demi-grand axe de l'orbite a et la période de révolution T , la troisième loi se traduit mathématiquement par :

$$\boxed{\frac{a^3}{T^2} = \text{constante}} \quad (2.15)$$

Ainsi, pour deux corps A et B tournant autour du même corps central, on a :

$$\boxed{\frac{a_A^3}{T_A^2} = \frac{a_B^3}{T_B^2}} \quad (2.16)$$

Troisième loi Le rapport du cube du demi-grand axe d'une planète au carré de sa période de révolution est constant pour tous les corps tournant autour du Soleil.

Un exemple intéressant d'utilisation de la troisième loi de Kepler est celui de la rotation de la Lune autour de la Terre qui permet le calcul de l'altitude des satellites en orbite géostationnaire. Il est traité au paragraphe H.4 de l'annexe H.

Notons encore que Kepler s'est aussi intéressé au fonctionnement de l'œil et aux théories de la lumière. En 1604, il rédige *Astronomia pars Optica* un ouvrage d'optique où le rôle de la rétine et celui du cristallin sont justement exposés. La figure 2.11 présente un planche illustrant le fonctionnement de l'œil tirée de cet ouvrage.

RÉSUMÉ DES GRANDEURS ET UNITÉS

Grandeur	Définition	Unité
Position	x	m
Vitesse	$v = \frac{\Delta x}{t}$	m/s
Accélération	$a = \frac{\Delta v}{t}$	m/s ²

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS DES MOUVEMENTS SIMPLES

<p>Mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)</p> <p>Les équations du mouvement :</p> $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_o \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o \quad (2.17)$ $v(t) = a_o \cdot t + v_o \quad (2.18)$ $a(t) = a_o \quad (2.19)$ $v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a_o \cdot (x - x_o) \quad (2.20)$	$a_o = 0$ \implies	<p>Mouvement rectiligne uniforme (MRU)</p> <p>Les équations du mouvement :</p> $x(t) = v_o \cdot t + x_o \quad (2.21)$ $v(t) = v_o \quad (2.22)$ $a(t) = 0 \quad (2.23)$
--	-------------------------	---

Pour un mouvement de chute libre (MRUA), l'accélération vaut :

$$a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Un mouvement balistique est composé d'un MRU horizontalement et d'un MRUA en chute libre verticalement.

Un MCU est composé d'un MU et d'un MA d'accélération :

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (2.24)$$

FIGURE 2.12 – Résumé de cinématique

La mécanique

3.1 La “mécanique” d’Aristote

3.1.1 Introduction

ON PENSE GÉNÉRALEMENT aujourd’hui que la mécanique d’Aristote est dépassée. C’est vrai. Tout comme la mécanique de Newton et la relativité restreinte. Et tout pousse à penser que la relativité générale pourrait être bientôt dépassée. En réalité chacune de ces théories répond à des questions bien précises dans un cadre limité. Les réponses données par ces théories à ces questions sont tout-à-fait pertinentes dans ce cadre. Il est alors important de bien comprendre l’utilité de maintenir la connaissance de ces théories. S’il est naturel aujourd’hui de maintenir dans les universités l’enseignement de la théorie de Newton parce qu’elle a permis d’envoyer des hommes sur la Lune, il est tout aussi important de présenter la théorie d’Aristote parce qu’elle est née de l’évidence et du sens commun et pour cette raison est partagée par tout un chacun. Il est donc très important de marquer bien précisément les limites aux réponses qu’elle peut fournir.

3.1.2 Platon

La physique aristotélicienne est intimement liée à la cosmologie de Platon, qui part d’une idée simple. Platon pense qu’il existe deux mondes tout-à-fait différents : l’un, humain, composé par tout ce qui se trouve au-dessous de la Lune et l’autre, divin, composé par tout ce qui est au-dessus.

“Le monde sublunaire où règnent les apparences [...] est formé de couches éta-

gées; il y a d’abord la Terre, puis l’Eau, l’Air et enfin le Feu se situant tout au-dessus, vers les limites du monde sublunaire. Ce monde dans lequel vivent les hommes est imparfait, corruptible.

Le monde céleste [...] est le siège des idées. Il est formé de l’Éther, le cinquième élément (ou quintessence). C’est là que se trouvent les astres qui sont des êtres éternels, parfaits, divins et immuables. Parfaits, ils doivent aussi avoir un mouvement parfait autour de la Terre, c’est-à-dire un mouvement circulaire uniforme (MCU), ou éventuellement une combinaison de tels mouvements. Dans l’esprit pythagoricien, le MCU est effectivement le mouvement qui, par ses qualités de symétrie et d’harmonie, est le plus parfait que l’on puisse imaginer.”

(Lindemann, 1999, p. 43 et 44.)

C’est dans le cadre de cette cosmologie qu’Aristote va établir sa physique. Et cette décomposition de l’univers, ce qu’on peut aussi appeler le macrocosme, avec les quatre éléments “chimiques” du monde sublunaire a aussi longtemps influencé la médecine avec la théorie des humeurs :

“Selon cette théorie, la santé corporelle résulte de l’équilibre de quatre principes, ou humeurs (liquides), distincts – le sang, le flegme, la bile jaune et la bile noire ou atrabile. Tout excès d’une de ces humeurs mène à des types de personnalités que l’on continue à qualifier de sanguines, flegmatiques, colériques et mélan-

coliques. Une domination plus complète d’une de ces humeurs entraîne une maladie [...] Le remède à la maladie, définie comme un déséquilibre entre les humeurs, consiste donc à réduire les humeurs en excès et à compléter les humeurs affaiblies. La théorie des humeurs a ainsi inspiré la croyance séculaire en des thérapies considérées aujourd’hui comme totalement inefficaces, sinon barbares, parmi lesquelles la saignée (réduction de l’humeur sanguine), la suée, la purge, le vomissement, etc.

Mais pourquoi, en l’absence de toute preuve directe de l’existence de telles humeurs, la médecine classique a-t-elle si lourdement insisté sur quatre, et seulement quatre, humeurs ? [...] Car] de même que les quatre humeurs régissaient le microcosme, les quatre éléments (l’air, le feu, la terre et l’eau) constituaient le macrocosme.”

(Gould, 2005, p. 136)

Ainsi, on peut comprendre l’importance de la cosmologie de Platon dans le monde des Anciens. La recherche de principes simples et identiques pour tous les domaines de la connaissance n’est pas nouvelle et surtout pas l’apanage des scientifiques actuels.

3.1.3 Aristote

L’idée fondamentale de la dynamique d’Aristote vient de l’observation commune du fait que le mouvement finit toujours par s’arrêter. Ainsi, selon Aristote, il existe pour chacun des cinq éléments^a qui composent toute chose dans l’univers (la terre, l’eau, l’air, le feu et l’éther) un lieu de repos naturel. Pour la terre, c’est le centre de l’univers (cela implique que le centre de la terre se trouve au centre de l’univers). Pour l’eau, c’est sur la terre. Pour l’air, c’est sur l’eau ou la terre. Pour le feu, c’est au-dessus de l’air (c’est pourquoi le feu monte), mais

a. Il faut mentionner le parallélisme entre les cinq éléments fondamentaux constituant l’univers et l’existence des cinq polyèdres réguliers convexes, dit platoniciens, que sont le tétraèdre, dont les quatre faces sont composées d’un triangle équilatéral, le cube, dont les six faces sont carrées, l’octaèdre, dont les huit faces sont un triangle équilatéral, le dodécaèdre, dont les douze faces sont pentagonales et l’icosaèdre, dont les vingt faces sont des triangles équilatéraux.

au-dessus de la Lune. Enfin, pour l’éther, c’est au-dessus de la Lune.

Cinématique

En conséquence, il existe des mouvements dits naturels, ceux qui mènent un objet, selon sa composition, vers son lieu naturel de repos, et des mouvements dits forcés ou violents, ceux qui éloignent l’objet de son lieu naturel de repos. Par exemple, étant essentiellement composée de terre, une pierre qu’on laisse tomber va naturellement rejoindre, au plus près qu’il lui est possible de le faire, le centre de la terre. La chute d’un tel objet est donc un mouvement naturel. Par contre, le mouvement d’un boulet de canon est composé : au début, le boulet, composé de terre, s’élève et ainsi s’éloigne de son lieu naturel de repos, le centre de l’univers. Son mouvement est donc violent. Puis, il s’approche de la Lune, lieu divin dans lequel il n’existe qu’un mouvement éternel : le mouvement circulaire uniforme (MCU), c’est-à-dire un mouvement que l’on pourrait dire sans mouvement, un mouvement à vitesse constante. Sa trajectoire prend donc une allure divine, c’est-à-dire tend vers le cercle. C’est la partie haute du mouvement du boulet. Puis, il retombe. Son mouvement redevient donc naturel.

Au total, on distingue donc trois types de mouvement dans la cinématique d’Aristote : les mouvements naturels, les mouvements violents et les mouvements divins. Les deux premiers se font essentiellement en ligne droite. Le dernier est circulaire à vitesse constante.

Dynamique

Cette cinématique est complétée par une dynamique en parfaite logique avec la première. Car, si les objets ont un lieu naturel de repos, c’est que leur état naturel est précisément d’être au repos (comme les hommes en quelque sorte, et on peut bien penser que cette comparaison pouvait avoir un sens à cette époque). Ainsi, pour qu’ils restent en mouvement, il faut les y aider en exerçant sur eux une contrainte, une “force” en termes modernes. Pour Aristote, l’état de mouvement est donc directement lié à la force qui lui permet d’exister. Et bien entendu plus cette force est grande, plus l’état de mouvement sera grand, c’est-à-dire plus la vitesse de l’objet sera importante.

Aristote (384-322 av. J.-C.)

Un homme du IV^e siècle av. J.-C., qui représentera la connaissance classique (la scolastique) à partir du XIII^e siècle et pendant plusieurs siècles après. Un homme dont la pensée servira l’Église catholique, suivant Thomas d’Acquin, pour imposer une vision cosmologique où l’homme est au centre de l’univers. Un homme qui découpera le monde en deux : l’humain et le divin. Un homme dont l’idée maîtresse est celle de fixité et qui sera placé au centre des débats sur le mouvement de la Terre.

*“Il y a dans la nature trois ordres de recherche : l’immobile (le premier moteur qui doit être immobile sinon il serait mu), le mu incorruptible (le ciel) et le mu corruptible (le monde sublunaire).”*⁵⁵

Un homme, ou plutôt une doctrine à laquelle les Bruno et Galilée s’opposeront pour faire émerger l’idée d’une physique universelle.

Aristote peint par Raphaël, tiré de Wikipedia⁵⁶



On pourrait résumer la dynamique d’Aristote en termes anachroniques en disant que pour lui la vitesse est directement proportionnelle à la force :

$$F \sim v \quad (3.1)$$

Cette théorie est si naturelle qu’elle paraît évidente. Pour l’illustrer, considérons les quatre questions suivantes :

1. Un canon pointe verticalement. A l’arrêt, il tire un obus qui lui retombe dessus. Qu’en est-il si le canon se déplace uniformément et horizontalement, tout en pointant toujours verticalement ? L’obus retombe-t-il derrière le canon, sur le canon ou devant ?
2. On laisse tomber un objet du haut de la Tour Eiffel. Étant donné que la terre tourne, celle-ci se déplace. En conséquence, cet objet va-t-il tomber au pied exact de là où il a été lâché, un peu à l’est de ce point ou un peu à l’ouest ?
3. Un avion veut remettre des vivres aux rescapés d’un naufrage réunis sur une île déserte. Doit-il lâcher son colis avant l’île, sur l’île ou après elle ?
4. Un pirate lâche son couteau du haut de la vigie du grand mât. Le bateau est en pleine poursuite d’un autre vaisseau. Le couteau tombera-

t-il du côté de la proue, du côté de la poupe ou au pied du grand mât du bateau ?

Explications :

1. – Selon Aristote, au moment où l’obus quitte le canon, plus rien ne le pousse horizontalement. Il monte et redescend donc sur place. Comme pendant ce temps le canon se déplace, l’obus retombe derrière le canon.
 - Actuellement, on considère l’inertie de l’obus qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que le canon pendant qu’il monte et redescend. L’obus retombe donc sur le canon. L’expérience en atteste.
2. – Selon Aristote, au moment où l’objet quitte le haut de la Tour Eiffel, plus rien ne le pousse horizontalement. Il descend donc sur place. Comme pendant ce temps la Tour Eiffel se déplace vers l’est, l’objet tombe à l’ouest de celle-ci.
 - Actuellement, on considère l’inertie de l’objet qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que la Tour Eiffel pendant qu’il tombe. L’objet tombe donc au pied de la Tour Eiffel. L’expérience en atteste (enfin presque, car la terre tourne et en réalité... mais c’est une autre histoire).

3. – Selon Aristote, au moment où le colis quitte l’avion, plus rien ne le pousse horizontalement. Il tombe donc sur place. Il faudrait donc lâcher le colis juste au dessus de l’île.
 - Actuellement, on considère l’inertie du colis qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que l’avion pendant qu’il tombe. Il faut donc le lâcher avant l’île pour qu’il arrive bien à destination. L’expérience en atteste.
4. – Selon Aristote, au moment où le couteau quitte la vigie, plus rien ne le pousse horizontalement. Il tombe donc sur place. Comme pendant ce temps le bateau se déplace, le couteau tombe du côté de la poupe du bateau.
 - Actuellement, on considère l’inertie du couteau qui le fait se déplacer horizontalement à la même vitesse que le bateau pendant qu’il tombe. Le couteau tombe donc au pied du grand mât. L’expérience en atteste.

Ainsi, la mécanique d’Aristote traduit le fait évident qu’il faut pousser un objet pour qu’il se déplace. Dans la vie de tous les jours, c’est exact parce qu’il y a du frottement. Mais on sait aujourd’hui que cette affirmation est généralement fausse, qu’il n’est pas nécessaire d’exercer une force sur un objet pour qu’il soit en mouvement.

Ainsi, on peut dire que la théorie d’Aristote est fausse. Mais on peut aussi la voir comme une bonne théorie pour les cas de la vie courante. En effet, il semble normal de dire qu’il faut une force pour déménager un meuble d’un point à un autre et il est idiot de dire qu’il va se déplacer sans qu’on exerce de force sur lui. Il est intéressant de remarquer que les personnes qui soutiennent qu’il est absolument nécessaire d’exercer une force sur lui pour qu’il se déplace oublient que, immobile devant eux, il se déplace tout de même à cause de la rotation de la terre. Et cela sans qu’aucune force ne le pousse à le faire^b.

Finalement, il faut mentionner le fait qu’aucune expérience irréfutable ne contredira la théorie d’Aristote avant celle du pendule de Foucault (1851) qui prouvera de manière indiscutable la rotation de la Terre. Pourtant, c’est bien avant cette

b. Cela n’est pas tout-à-fait vrai, car pour qu’il tourne avec la terre, il est nécessaire qu’une force le mette en rotation. Il s’agit de son poids.

date que la théorie d’Aristote a été rejetée. La découverte par Galilée de cratères sur la Lune, présentés dans le “*Sidereus Nuncius*” en 1610, porta un premier coup au monde divin d’Aristote représenté par la perfection lunaire. Puis, des taches solaires, qu’un tel astre divin n’aurait pas dû présenter, des satellites tournant autour de Jupiter, évoquant encore l’idée que la Lune pourrait n’être que le satellite d’une Terre tournant elle-même autour du Soleil, ont ébranlé la théorie aristotélicienne. Finalement, les phases de Vénus, dont la succession était incompatible avec le système géocentrique d’Aristote, mais parfaitement explicable avec une théorie héliocentrique, ont mis à bas l’édifice. Dès ces découvertes connues des scientifiques d’alors, le monde d’Aristote s’est écroulé. Progressivement dans l’opinion publique, mais rapidement chez les intellectuels et malgré la condamnation de Galilée à rétracter ses idées.

Galilée n’a pas été le seul à entamer le dogme aristotélicien. Avant lui, Giordano Bruno soutint que les étoiles étaient des soleils pareils au nôtre, que la Terre tournait autour du soleil et que ce mouvement ne se voyait pas car nous y participions. Bruno fut brûlé vif par l’Église (qui ne reconnaît toujours pas son erreur!) en 1600.

La réflexion de ces hommes prépara la possibilité même de penser l’univers d’une autre manière. Mais, ce fut le travail d’autres scientifiques, dont Newton, qui donnèrent à la physique son véritable caractère universel en détruisant totalement l’idée des deux mondes d’Aristote. Nous allons voir que la théorie de Newton, si elle résout les erreurs d’Aristote et est donc une théorie plus exacte que celle d’Aristote, a aussi ses propres limitations. Et jusqu’à aujourd’hui, malgré la prétention affirmée des physiciens à décrire l’ensemble de l’univers, il n’existe toujours pas de théorie universellement valable.

3.2 Mécanique de Newton

3.2.1 Introduction

Avec Einstein, Newton est le plus grand physicien de tous les temps (bien qu’il faille se méfier des génies qui ont tous puisé à la source des nombreuses connaissances de leur temps, comme c’est particulièrement le cas de Newton) (Hawking, 2003,

voir la préface de Jean-Pierre Luminet). C'est lui qui, avec les "Principes mathématiques de la philosophie naturelle"^c (entendez par "philosophie naturelle" la physique) parus en 1687, pose pour la première fois les bases d'une théorie complète du mouvement et de ses causes. Mais il ne se limite pas à cela. Il publie aussi sa fameuse loi de la gravitation, qui détermine une relation d'attraction très générale entre les corps qui ont une masse et étudie aussi l'optique de son temps, domaine dans lequel il se signale par la découverte des anneaux dits de Newton.

3.2.2 Mécanique

Toute la mécanique de Newton repose sur trois axiomes^d ou lois fondamentales. L'invention (au sens de "découverte") de ces lois n'est pas due au hasard, mais découle directement d'une réflexion en opposition à la physique d'Aristote, comme on va le voir ci-dessous.

Les trois lois de Newton

Présentons tout d'abord ces trois lois fondamentales.

Première loi (ou loi de l'inertie)

« Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme si et seulement si la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle. »^e

Cette loi est en opposition totale avec la notion "d'état de repos" d'Aristote. Pour Aristote, un corps n'est dans son état de repos que s'il ne bouge pas par rapport au centre de l'univers. Ainsi, un état de mouvement ne peut être un état de repos, c'est-à-dire un état qui persévère. Pour lui, le mouvement ne dure pas, à moins qu'on le force à durer. Pour Newton, l'état de repos et l'état de mou-

c. Cet ouvrage est aussi intitulé "Principia mathematica ..."

d. Le terme d'axiome est intéressant ici puisqu'il souligne que toute la mécanique de Newton peut être logiquement déduite de ces postulats initiaux.

e. Le texte exact, traduit par Marie-Françoise Biarnais dans "isaac newton, principia mathematica, Christian Bourgeois Éditeur 1985, p.40, dit :

« Tout corps persévère en son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, sauf si des forces imprimées le contraignent d'en changer. »

vement rectiligne uniforme sont deux choses identiques.

Pour Aristote, un objet qui ne bouge pas n'est soumis à aucune force. Pour Newton, un objet qui bouge en se déplaçant en ligne droite et à vitesse constante n'est pas non plus soumis à une force. En d'autres termes, pour Newton, il n'est pas nécessaire d'exercer une force pour qu'il y ait mouvement.

La traduction mathématique actuelle de la première loi élimine ainsi naturellement la référence à un état de repos pour l'inclure dans la loi en tant que mouvement rectiligne à vitesse constante nulle :

Première loi (version actuelle)

$$MRU \Leftrightarrow \sum \overrightarrow{F^{ext}} = 0 \quad (3.2)$$

La double flèche signifie "si et seulement si". En d'autres termes, on peut lire cette loi dans les deux sens :

- si un objet est en Mouvement Rectiligne Uniforme, alors on peut dire que la somme des forces extérieures qui s'exercent sur lui est nulle (\Rightarrow).
- si on sait que la somme des forces qui s'exercent sur un objet est nulle, alors cet objet est en Mouvement Rectiligne Uniforme (\Leftarrow).

Deuxième loi (loi fondamentale de la dynamique)^f

$$\sum \overrightarrow{F^{ext}} = m \cdot \vec{a} \quad (3.3)$$

Cette loi exprime la relation entre cause et effet. La cause du mouvement étant la force totale qui s'exerce sur le système étudié et l'effet étant son accélération, la loi exprime la relation qui existe entre les deux par l'intermédiaire de la masse. Ainsi la cause mène à une expression du mouvement, en l'occurrence l'accélération, qui permet d'obtenir en fin de compte la position de l'objet au cours du temps, comme nous le verrons plus tard.

Par ailleurs nous reviendrons aussi sur la notion de force extérieure.

Troisième loi (loi de l'action et de la réaction)

f. Le texte exact (Biarnais, 1985, p. 41) dit : « Le changement de mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée et s'effectue suivant la droite par laquelle cette force est imprimée. »

Isaac Newton (1643-1727)

Newton est considéré comme l'un des deux plus grands physiciens de tous les temps (avec Einstein). Il formula les trois lois fondamentales de la dynamique ainsi que la loi de la gravitation universelle. Pourtant cette dernière a été découverte par un autre : Hooke. Voici le texte original de Newton :

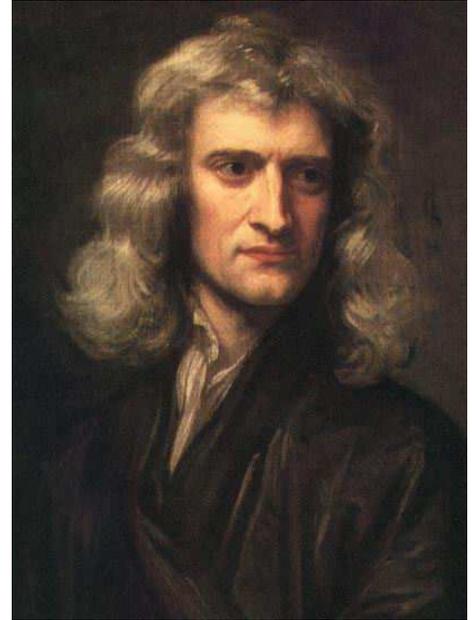
“AXIOMES OU LOIS DU MOUVEMENT

LOI 1 *Tout corps persévère en son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, sauf si des forces « imprimées » le contraignent d'en changer.*

LOI 2 *Le changement de mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée et s'effectue suivant la droite par laquelle cette force est imprimée.*

LOI 3 *La réaction est toujours contraire et égale à l'action : ou encore les actions que deux corps exercent l'un sur l'autre sont toujours égales et dirigées en sens contraire.”*
(Biarnais, 1985, pp. 40 et 41.)

Portrait de Newton tiré de Wikipedia⁵⁷



« La réaction est toujours contraire et égale à l'action : ou encore les actions que deux corps exercent l'un sur l'autre sont toujours égales et dirigées en sens contraire. »^g

Cette loi se traduit mathématiquement par le fait que le vecteur force exercée par un objet A sur un objet B est de mêmes grandeur et direction, mais de sens opposé au vecteur force exercée par l'objet B sur le A. En d'autres termes :

$$\vec{A} = -\vec{R} \quad (3.4)$$

Force extérieure

L'énoncé de la troisième loi va nous faire revenir à la notion de force extérieure utilisée dans la loi fondamentale de la dynamique. En effet, selon la loi de l'action et de la réaction, lorsqu'on pousse un objet pour le mettre en mouvement, en réaction, il nous pousse avec une force de même intensité mais de

sens contraire. Si on utilise, par ailleurs, la seconde loi, il semble donc à première vue, que la somme des forces en jeu est toujours nulle. Ainsi, l'accélération devrait être aussi nulle et l'objet ne devrait pas se mettre en mouvement. Bien entendu, l'expérience montre le contraire. Où est donc le problème ?

En réalité, sur un objet solide s'exercent une multitude de forces. Toutes ne sont pas responsables du mouvement de l'objet. Les forces d'interaction entre les différentes parties de celui-ci, par exemple, ne peuvent être tenues pour responsables du mouvement d'ensemble de l'objet. Cela reviendrait à dire qu'il peut s'accélérer lui-même. De la même manière, les forces exercées par l'objet sur son environnement ne peuvent avoir une action sur l'objet lui-même. Seules les forces exercées par l'environnement extérieur en sont capables.

Le problème vient donc du fait qu'en tenant compte simultanément des actions et des réactions dans la seconde loi, on implique des forces qui n'ont rien à voir avec la cause du mouvement. Il ne faut donc considérer que les forces extérieures qui s'exercent sur l'objet. La force exercée pour pousser l'objet doit donc apparaître en tant que force ex-

g. C'est le texte exact de (Biarnais, 1985, p. 41)

térieure dans la seconde loi, alors que sa réaction, la force avec laquelle l'objet nous pousse, ne le doit pas.

Pour déterminer l'accélération d'un objet, on est donc amené à le définir en tant que système étudié. L'accélération impliquée dans la loi fondamentale de la dynamique est donc celle du système et les forces qui en sont la cause sont uniquement les forces exercées par l'extérieur sur ce système.

C'est donc la notion de force extérieure qui traduit la cause du mouvement. Cette notion est centrale dans la mécanique de Newton.

Précisons enfin que l'unité de la force est le newton, noté N. Il s'agit de la force nécessaire pour accélérer de 1 m/s^2 une masse de 1 kg.

Exemples

- Une voiture roule en ligne droite à vitesse constante. La force qui lui permet de maintenir sa vitesse vaut 200 N. Calculez la force de frottement.

Réponse : comme la voiture roule à vitesse constante et en ligne droite, la première loi de Newton nous indique que la somme des forces qui s'exercent sur elle est nulle. Ainsi, la force poussant la voiture étant vers l'avant et la force de frottement vers l'arrière, on peut dire que la force de frottement vaut aussi 200N.

- Une voiture (de masse $m = 2000 \text{ kg}$) accélère de 0 m/s à 100 km/h en 12 s. Quelle distance a-t-elle parcouru ? D'où vient la force qui lui permet d'accélérer de telle manière et quelle est sa valeur ?

Réponse : $100 \text{ km/h} = 27,7 \text{ m/s}$. Comme l'accélération se calcule, par définition : $a = (27,7 - 0)/12 = 2,31 \text{ m/s}^2$, la distance vaut alors : $x = 2,31 \cdot 12^2/2 + 0 \cdot 12 + 0 = 166,6 \text{ m}$. La force qui lui permet d'accélérer vient du frottement avec le sol. C'est le sol qui l'exerce. En effet, la force exercée par les pneus sur le sol est clairement vers l'arrière (pensez en effet au sens dans lequel serait projeté un petit caillou collé au pneu au moment du démarrage de la voiture). Ce ne sont donc pas les pneus qui permettent à la voiture de démarrer. D'ailleurs, sur sol gelé, malgré la rotation des pneus, elle ne pourrait pas démarrer. Ainsi, il faut considérer la force exercée par le sol sur les pneus.

En effet, selon la troisième loi de Newton, celle-ci, en tant que réaction à l'action vers l'arrière des pneus sur le sol, s'exerce vers l'avant.

La valeur de la force de frottement se calcule aisément par $F = m \cdot a = 2000 \cdot 2,31 = 4620 \text{ N}$.

- Une voiture (de masse $m = 2000 \text{ kg}$) freine sur une distance de 50 m pour éviter une collision avec un mur. Sa vitesse initiale étant de 50 km/h , calculez son accélération et la force qui lui permet de s'arrêter.

Réponse : On ne connaît ni l'accélération, ni le temps d'arrêt. On peut donc soit utiliser les deux équations de la position et de la vitesse (deux équations à deux inconnues) dans lesquelles apparaissent le temps et l'accélération, soit utiliser une relation dérivée de ces deux équations où n'apparaît pas le temps, mais seulement l'accélération. Cette relation est (voir annexe F.2.1) :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a_o \cdot (x - x_o)$$

Avec : $v_o = 50 \text{ km/h} = 13,8 \text{ m/s}$, $v = 0 \text{ m/s}$ et $x - x_o = 50 \text{ m}$, on a :

$$a_o = \frac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot (x - x_o)} = \frac{0^2 - 13,8^2}{2 \cdot 50} = -1,93 \text{ m/s}^2$$

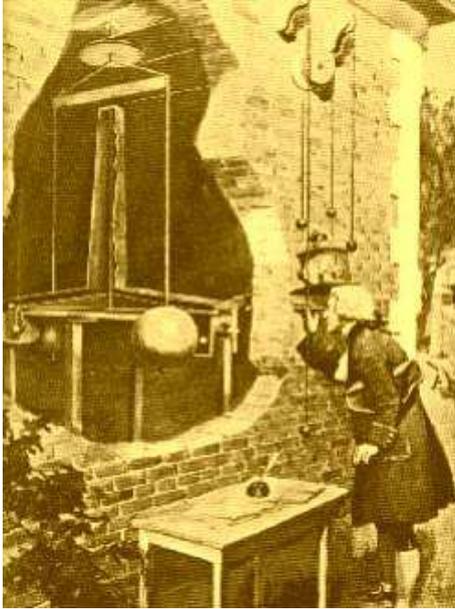
Le signe négatif traduit une décélération (un freinage).

Finalement, la force de freinage vaut : $F = m \cdot a = 2000 \cdot 1,93 = 3860 \text{ N}$.

3.2.3 Types de forces

La deuxième loi de Newton propose de faire jouer à la notion de force le rôle de cause du changement du mouvement. Le programme de Newton consiste donc en premier lieu à rechercher les forces qui agissent sur le système étudié. Il est par conséquent fondamental de connaître les principales forces qui peuvent agir. Il y en a beaucoup. On ne pourra les étudier toutes. En fait, il en existe principalement quatre. Ce sont la force de gravitation, la force électromagnétique, la force faible et la force forte. Elles sont dites fondamentales parce qu'elles sont à l'origine de toutes les autres. En d'autres termes, toutes les autres sont une manifestation de la présence des forces fondamentales.

FIGURE 3.1 – *La balance de Cavendish*
Mesurer la force de gravitation⁵⁹

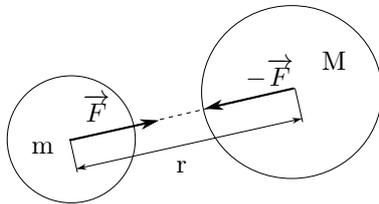


Dans le cadre de ce cours de mécanique nous en étudierons quatre, dont une seule fondamentale : la force de gravitation, donnant lieu à la loi de la gravitation universelle.

Loi de la gravitation universelle

La force de gravitation \vec{F} exprime l'attraction à distance exercée par une masse sur une autre et réciproquement.

FIGURE 3.2 – *Loi de la gravitation universelle.*



L'expression mathématique de cette loi, qui fait référence à la figure 3.2, est la suivante :

$$\vec{F} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^3} \cdot \vec{r} \quad (3.5)$$

Cette loi est présentée ci-dessus sous sa forme vectorielle. Elle traduit donc en même temps la direction (qui lie les centres des deux masses), le sens (attraction des deux corps) et la grandeur du vecteur force \vec{F} . Souvent on utilise une forme plus courante qui ne traduit que la grandeur de la force, mais présente plus clairement sa dépendance au carré de la distance (r^2) :

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (3.6)$$

Remarquons que :

- la loi de la gravitation universelle n'est valable que pour des corps ponctuels ou sphériques,
- qu'elle traduit une action à distance, ce qui posera par la suite de graves problèmes,
- que Newton était conscient des problèmes qu'une action à distance pouvait poser, mais qu'il n'y a pas trouvé de réponse satisfaisante,
- que la constante G est une constante fondamentale appelée "constante de la gravitation universelle", et vaut $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$. Cette constante est très petite. Cela traduit une force relativement faible (même si pour des masses conséquentes comme la Terre et le Soleil par exemple, elle peut avoir une valeur importante). Nous verrons, avec la force électrique, un exemple de force beaucoup plus forte.

Le poids

On a vu au paragraphe 2.5.3 que l'accélération à la surface de la Terre d'un objet en chute libre (c'est-à-dire qui n'est soumis à aucun frottement) vaut $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Or, en chute libre, la seule force qui s'exerce est le poids. Ainsi, selon la deuxième loi de Newton, on peut écrire :

$$P = F = m \cdot a = m \cdot g \Rightarrow$$

$$P = m \cdot g \quad (3.7)$$

Évidemment le poids étant une force, il s'exprime en newtons.

On peut aussi comprendre le poids d'une autre manière. On peut considérer que le poids n'est que l'expression de la force de gravitation qui s'exerce entre la Terre et le corps considéré placé à la surface

Robert Hooke (1635-1703)

Hooke est un physicien bien moins connu que Newton. Pourtant, il mériterait de l'être plus car il est à l'origine de la loi de la gravitation universelle.

“... toute sa vie, Newton s'efforça [...] de s'attribuer la priorité sur maintes découvertes faites par ses contemporains ou ses précurseurs. Au-delà de la controverse bien connue avec Leibnitz sur l'invention du calcul différentiel, Hooke fut la principale victime de la vindicte de Newton, après que Hooke eut prétendu – à juste titre – avoir découvert avant lui la loi du carré inverse décrivant mathématiquement la force d'attraction gravitationnelle capable de conférer aux planètes des orbites elliptiques. [...] Il apparaît donc que les actes des grands esprits scientifiques ne sont pas nécessairement dignes d'hommes au grand cœur (mais est-ce une surprise?).” (Hawking, 2003, pp. V et VI.)

Jean-Pierre Luminet, préface à l'édition française.

Actuellement on ne connaît aucun portrait de Hooke dont on soit sûr (Newton a insisté pour qu'on retire le portrait de Hooke de la Royal Society).

de celle-ci. Ainsi, à l'aide de la loi de la gravitation, on peut écrire :

$$F = G \cdot \frac{M_{terre} \cdot m}{r_{terre}^2} = m \cdot g$$

Il faut bien comprendre que le poids et la gravitation ne constituent pas deux choses distinctes, mais qu'il s'agit de la même force! Ainsi, on peut écrire, à la suite de l'équation précédente :

$$g = G \cdot \frac{M_{Terre}}{r_{Terre}^2} = 9,81 \text{ m/s}^2 \tag{3.8}$$

C'est l'expression de l'accélération d'un corps en chute libre à la surface de la Terre. On peut donc facilement généraliser cette équation pour un corps autre que la Terre :

$$g = G \cdot \frac{M_{planète}}{r_{planète}^2} \tag{3.9}$$

En particulier aussi, on peut utiliser l'expression de g ci-dessus pour exprimer la variation de l'accélération terrestre en fonction de l'altitude :

$$g = G \cdot \frac{M_{Terre}}{(r_{Terre} + h)^2}$$

où h est l'altitude au-dessus de la surface de la Terre. On constate donc que l'accélération diminue avec l'altitude. Par conséquent, le poids aussi. On peut donc se poser la question suivante : de combien "maigrir"-on en montant au sommet de l'Everest ?

Exemple Déterminez la perte de poids que constate une personne de masse $m = 80 \text{ kg}$ en passant du bord de la mer au sommet de l'Everest ($\sim 8000 \text{ m}$).

Solution :

On trouve l'accélération terrestre au niveau de la mer :

$$\begin{aligned} g_{mer} &= G \cdot \frac{M_{Terre}}{(r_{Terre} + h)^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6 + 0)^2} \\ &= 9,81344 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Puis l'accélération terrestre au sommet de l'Everest :

$$\begin{aligned}
 g_{Everest} &= G \cdot \frac{M_{Terre}}{(r_{Terre} + h)^2} \\
 &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6 + 8000)^2} \\
 &= 9,78884 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

Ainsi, le poids de la personne au niveau de la mer vaut :

$$P_{mer} = m \cdot g_{mer} = 80 \cdot 9,81344 = 785 \text{ N}$$

et à 8000 m :

$$P_{Everest} = m \cdot g_{Everest} = 80 \cdot 9,78884 = 783 \text{ N}$$

La différence est donc de : $\Delta P = 785 - 783 = 2 \text{ N}$

Au niveau de la mer, cela correspond à une variation de masse de :

$$\Delta m = \frac{\Delta P}{g_{mer}} = \frac{2}{9,81344} = 204 \text{ g}$$

Masse et poids

La relation entre masse et poids est donc celle qui lie une quantité de matière à la force exercée sur elle par un autre corps (la Terre par exemple). Or, déterminer une quantité de matière n'est pas simple, alors que mesurer une force l'est : un simple ressort comprimé le permet. D'où l'idée de rapporter la force exercée sur un objet à sa quantité de matière, c'est-à-dire sa masse, via l'équation :

$$m = \frac{F}{a}$$

Il est alors un appareil dont la mesure peut prêter à confusion : la balance. Et même si le langage est précis, on dit "je vais mesurer mon poids sur la balance", il est nécessaire d'insister sur le fait qu'une balance mesure le poids et non la masse. Car il faut bien comprendre que la mesure du poids à l'aide d'une balance passe nécessairement par l'utilisation d'un ressort (ou un mécanisme du même type) dont la force de réaction limite l'enfoncement. C'est cette force de réaction qui est mesurée par la balance et non la masse de la personne, comme pourrait nous le faire croire l'indication donnée en kilogrammes.

On peut s'en convaincre en mesurant la masse d'un objet à l'aide d'une balance alternativement placée sur la Terre et sur la Lune. Même si la masse est la même dans les deux cas, la balance va donner des indications différentes. Elle est en effet simplement calibrée pour indiquer la masse à partir d'un poids mesuré sur la Terre. L'opération revient à écrire :

$$m = \frac{F}{g}$$

où g est l'accélération à la surface de la Terre. Ainsi, si la balance est utilisée sur la Lune, son indication sera erronée, car c'est alors l'accélération lunaire qu'il faudrait utiliser. Donc, si une balance indique la masse, c'est en réalité le poids qu'elle mesure.

Poids apparent

Le poids n'est donc rien d'autre que la force de gravitation qui s'exerce sur une personne à la surface d'un corps donné. Selon la loi de la gravitation universelle, il est notamment fonction de la masse de ce corps et de celle de la personne (d'où l'usage d'une balance pour le mesurer et le rapporter à cette masse). Mais, selon cette loi, il n'est pas fonction de l'état de mouvement de la personne. Comment comprendre alors que le poids mesuré par une balance dans un ascenseur en mouvement puisse varier, comment comprendre qu'un astronaute puisse s'entraîner à l'état d'apesanteur dans un avion au voisinage de la terre, où ce poids n'a certainement pas disparu ?

Pour le comprendre, il faut faire appel à l'idée d'un poids apparent. Car, en réalité, une balance placée dans un ascenseur qui se déplace ne mesure pas le poids réel de la personne, mais ce qu'on appelle son poids apparent. De quoi s'agit-il ? Considérons tout d'abord la personne placée sur une balance dans un ascenseur immobile (voir figure 3.3⁶⁰). A l'arrêt, la force du ressort R est égale au poids de la personne. La situation des forces est celle présentée à la figure 3.3(b). Dans cette situation, on peut écrire la deuxième loi de Newton ainsi :

$$\begin{aligned}
 R - m \cdot g &= m \cdot 0 = 0 \Rightarrow \\
 R &= m \cdot g
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

On constate bien que la mesure R faite par la balance marque le poids.

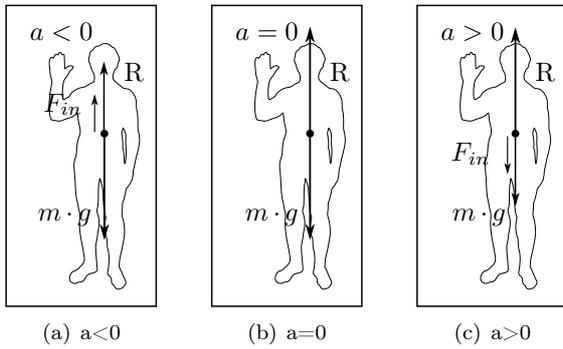


FIGURE 3.3 – Poids apparent

Considérons maintenant le cas décrit par la figure 3.3(c) où l’ascenseur monte. Par rapport au cas statique, aucune force supplémentaire ne s’est ajoutée. Par contre, comme l’ascenseur accélère vers le haut, on doit maintenant écrire l’équation du mouvement ainsi :

$$R - m \cdot g = m \cdot a \neq 0 \Rightarrow \quad (3.11)$$

$$R = m \cdot g + m \cdot a$$

La mesure R de la balance ne marque alors plus le poids, mais celui-ci augmenté du terme $m \cdot a$. On peut facilement le comprendre : la réaction R doit non seulement compenser le poids mais aussi lui permettre d’accélérer.

Maintenant, considérons le problème depuis l’ascenseur en mouvement. En constatant l’augmentation du poids, on pourrait croire à l’apparition d’une nouvelle force qui l’augmente. Ce qui, bien évidemment n’est pas le cas. Mais force est de constater que la balance marque à travers sa réaction R une autre valeur. Or, depuis l’ascenseur, le mouvement d’accélération de la personne n’existe pas. Elle se trouve en équilibre sur une balance et une personne non avertie pourrait penser que l’équation du mouvement est simplement celle donnée par 3.10. Ce qui est faux et montre une limite dans l’utilisation de la deuxième loi de Newton.

En effet, dans sa version la plus simple, elle n’est pas valable pour des référentiels accélérés, comme c’est le cas de notre ascenseur. Mais, pour ne pas renoncer à utiliser cette loi dans ce cadre élargi, on peut faire une modification formelle qui consiste à admettre l’existence d’une fausse force supplémentaire F_{in} uniquement dans le cas de référentiels ac-

célérés. Vue depuis l’ascenseur, on écrit alors :

$$R - m \cdot g - F_{in} = 0 \Rightarrow$$

$$R = m \cdot g + F_{in}$$

et on identifie cette pseudo-force F_{in} au terme $m \cdot a$ de l’équation du mouvement 3.11. En effet, celle-ci peut être écrite comme :

$$R - m \cdot g - m \cdot a = 0$$

Ainsi, on constate, dans ce second exemple où le référentiel est accéléré, que le poids donné par une balance n’est pas le poids réel dû à la force de gravitation. Ce poids est dit poids apparent et est composé de la force de gravitation, à laquelle il faut adjoindre une pseudo-force d’inertie. Mais, il faut relever que cette force est fictive. En effet, rien n’exerce de force supplémentaire au poids vers le bas. Au contraire, c’est la force de réaction de la balance, qui est vers le haut et est nécessaire pour accélérer la personne, qui est à l’origine de la force d’inertie. Nous verrons par la suite que ce problème se retrouve dans les mouvements circulaires où une vraie force, la force centripète, est à l’origine d’une fausse force, la force centrifuge, et cela pour les mêmes raisons.

Considérons enfin le cas décrit par la figure 3.3(a) où l’ascenseur descend. Pour cela, dans l’équation du mouvement, il faut relever que nous avons précédemment compté positivement les termes orientés vers le haut, comme la réaction R , et négativement ceux dont le sens est vers le bas, comme le poids. Par là, nous avons choisi un axe pointant vers le haut. Ainsi, dans le cas d’une accélération vers le haut, le terme $m \cdot a$ était compté positivement. Dans le cas qui nous occupe maintenant, il est vers le bas et doit être compté négativement. L’équation du mouvement devient alors :

$$R - m \cdot g = -m \cdot a \Rightarrow$$

$$R = m \cdot g - m \cdot a$$

et le poids apparent R noté par la balance est plus faible que le poids réel puisqu’il est diminué de $m \cdot a$ qui peut être considéré comme une pseudo-force d’inertie.

L’exemple de la relation entre poids et poids apparent montre donc que le mouvement d’un objet n’est pas sans incidence sur la mesure de son

poids. C'est particulièrement le cas pour les cosmonautes qui s'entraînent à l'état d'apesanteur en avion. Cette apesanteur fictive n'est obtenue que grâce à la chute simultanée de l'avion autour des cosmonautes, ce qui rend leur poids apparent nul.

Ainsi, par la suite, dans le problème de l'analyse du phénomène de marée notamment, il faudra tenir compte des mouvements accélérés.

De plus, cet exemple marque les limites de la deuxième loi de Newton qui n'est valable, sous sa forme la plus simple, que pour des référentiels qui se déplacent à vitesse constante, référentiels dits inertiels. Pour des référentiels non-inertiels, des référentiels accélérés, il est nécessaire de la modifier en y ajoutant des pseudo-forces d'inertie qui traduisent l'état de mouvement du référentiel. Mais nous y reviendrons.

Gravitation et MCU

Une des nombreuses applications intéressantes de la loi de la gravitation universelle est la détermination de l'altitude à laquelle il faut placer un satellite en orbite pour qu'il soit géostationnaire. Ce cas est présenté en annexe H. Il repose sur la loi de la gravitation universelle et sur la dynamique du mouvement circulaire uniforme.

Comme on l'a vu (voir paragraphe 2.5.6), le MCU est un mouvement à vitesse constante, mais à accélération non nulle. La présence d'une accélération implique celle d'une force. Celle-ci est naturellement dans la même direction et le même sens que l'accélération. En effet, cela découle de la deuxième loi de Newton et du fait que la masse est toujours positive. Cette accélération, nommée centripète (et non centrifuge), est donc créée par une force dirigée vers le centre de rotation qui dévie l'objet de sa trajectoire. Cela est parfaitement compatible avec la première loi de Newton puisque selon elle, seule la présence d'une force peut expliquer une trajectoire non rectiligne.

Il est important de bien différencier la force centripète, qui est dirigée vers le centre du cercle de la trajectoire, de la pseudo-force centrifuge qui traduit l'impression d'être éjectée que peut avoir une personne qui est en rotation dans un manège, par exemple. Nous sommes là, comme au paragraphe 3.2.3, dans le cadre d'un mouvement accéléré : le mouvement circulaire uniforme. L'étude de ce mouvement peut se faire en observant sa dynamique de

FIGURE 3.4 – *La sensation des mouvements*
*Gravitation, poids et mouvement circulaire*⁶²



l'extérieur. On écrit alors l'équation du mouvement naturellement ainsi :

$$F_{\text{centripète}} = m \cdot a_{\text{centripète}} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Une seule force est présente : la force centripète. Elle est réelle et peut correspondre à la force de gravitation exercée par une planète se trouvant au centre de l'orbite (considérée comme) circulaire d'un satellite ou à la force exercée par une ficelle sur la masse d'une fronde ou encore à la force de frottement exercée par la route sur les pneus d'une voiture dans un virage.

Mais, on peut aussi étudier le mouvement en analysant la dynamique d'un objet qui est fixe à l'intérieur du manège. Comme celui-ci est alors à l'arrêt par rapport à ce qui l'entoure, la deuxième loi de Newton doit présenter une somme des forces qui est nulle. Pour cela, la force centripète doit être compensée par une pseudo-force dite centrifuge et dirigée radialement vers l'extérieur du manège. Mais cette force est fictive. Elle ne traduit que les limites de la deuxième loi de Newton qui, pour pouvoir être utilisée dans un référentiel accéléré, doit prendre en compte la pseudo-force centrifuge. Ainsi, écrire l'équation du mouvement en passant à gauche son

terme de droite permet d'en obtenir une expression valable aussi dans le référentiel non inertiel que constitue le manège. On peut donc écrire :

$$F_{centripète} = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow \quad (3.12)$$

$$F_{centripète} - m \cdot \frac{v^2}{R} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{centripète} - F_{centrifuge} = 0 \quad (3.13)$$

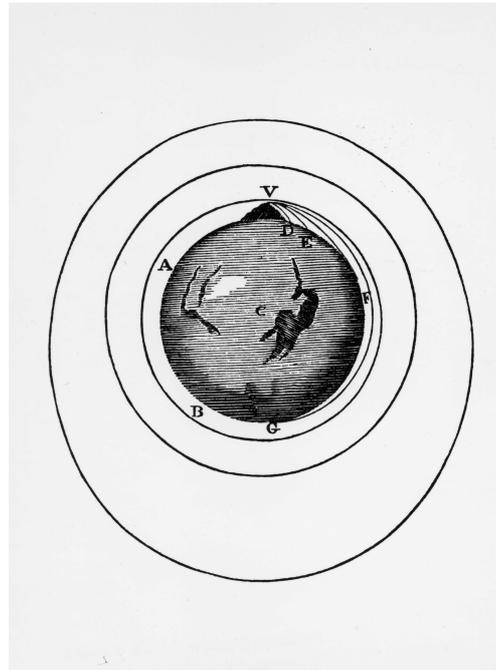
L'équation 3.12 constitue la loi de Newton correctement écrite dans un référentiel non accéléré, dit inertiel. Par contre, l'équation 3.13, tout en étant formellement correcte puisqu'elle dérive de 3.12, est conceptuellement fautive puisque la force centrifuge n'existe pas. En réalité, elle est écrite ainsi pour que la deuxième loi de Newton reste valable dans le référentiel en rotation, non-inertiel, et traduise l'impression fictive qu'une force en éjecte l'objet vers l'extérieur. Impression fictive, en effet, car si la force centripète n'était pas là, conformément à la première loi de Newton, l'objet irait tout simplement tout droit, marquant l'absence irréfutable de la force centrifuge.

Dans le cas du mouvement de la Lune, la force centripète est celle de la gravitation universelle, communément nommée poids. On peut donc bien dire que la Lune tourne autour de la terre parce qu'elle lui tombe dessus sous l'effet de son poids. Et son poids la fait bien accélérer, mais sans que sa vitesse n'augmente. En effet, la vitesse de la Lune dans son mouvement quasi-circulaire autour de la terre étant perpendiculaire à son poids, et donc à son accélération, aucune composante de cette dernière n'existe parallèlement à la vitesse. On peut ainsi dire que le poids de la Lune ne sert qu'à la faire tourner. Elle tombe donc bien sur la Terre tout en paraissant suspendue en état d'apesanteur. Mais c'est une apesanteur fictive.

Ainsi, Newton réconcilie les deux univers de Platon séparés par la Lune, le monde sublunaire et le monde supralunaire, à l'aide justement de ce corps qui en traçait la frontière : la Lune. Elle devient un corps comme les autres dans un univers réunifié où les objets du monde supralunaire acquièrent un statut sublunaire et où la Terre se met à tourner autour du Soleil comme les corps parfaits du monde supralunaire. La figure 3.5 des Principia (voir aussi page 42) apparaît donc comme centrale

dans l'univers newtonnien, puisqu'elle présente la lune comme l'élément unificateur des deux mondes.

FIGURE 3.5 – L'idée de la chute de la Lune
Illustration des Principia.



Mais la révolution ne s'arrête pas là. Le mouvement circulaire uniforme perd son statut de perfection en devenant un cas particulier du mouvement elliptique suivant lequel s'établira désormais la mécanique céleste.

Troisième loi de Kepler

Au paragraphe 2.5.7, page 44, nous avons vu que les mouvements des planètes se font sur des ellipses. Or, dans la plupart des cas, ces ellipses sont très proches de cercles et l'approximation d'un mouvement circulaire uniforme peut être faite. Dans ce cas, on peut retrouver l'expression de la troisième loi de Kepler donnée par l'équation 2.16 à partir de la deuxième loi de Newton. En effet, avec la force de gravitation comme force centripète, on a :

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{a^2} = m \cdot \frac{v^2}{a} \quad (3.14)$$

Pour un mouvement circulaire, la vitesse est donnée par :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot a}{T} \quad (3.15)$$

En remplaçant l'équation 3.15 dans 3.14, on obtient :

$$\begin{aligned} G \cdot \frac{M \cdot m}{a^2} &= m \cdot \frac{(2 \cdot \pi \cdot a/T)^2}{a} \Rightarrow \\ G \cdot \frac{M}{a^2} &= \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot a}{T^2} \Rightarrow \\ \frac{a^3}{T^2} &= \frac{G \cdot M}{4 \cdot \pi^2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

L'équation 3.16 constitue la troisième loi de Kepler.

Mais la nouvelle forme de cette équation met en évidence le rôle de la masse M du corps central qui peut être calculée à partir du rayon de l'orbite et de la période du corps en rotation autour de lui. Cela constitue une méthode de calcul de la masse des astres, comme celle de Jupiter à partir du rayon de l'orbite et de la période de Io, par exemple, ou celle de la Lune.

La masse de la Lune peut en effet être très simplement évaluée à partir de la troisième loi de Kepler. Pour cela, de l'équation 3.16, on commence par tirer l'expression de la masse de la Lune :

$$M_{Lune} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G} \cdot \frac{d_{Terre-Lune}^3}{T_{Lune}^2} \quad (3.17)$$

Pour déterminer cette masse, il faut donc la période de la Lune et sa distance à la Terre. Pour la période, on peut en première approximation, utiliser la période synodique, c'est-à-dire le temps entre deux pleines lunes. Celle-ci vaut : 29 jours et 13 heures, soit $T = 2'552'400 \text{ s}$. Pour la distance à la Terre, on peut recourir à l'observation des éclipses. En effet, en observant l'ombre de la Terre sur la Lune lors d'une éclipse lunaire, on constate que le rapport des diamètres est d'environ deux fois et demi (rapport cependant difficile à obtenir, voir annexe C.2). De plus, en constatant lors des éclipses solaires, que l'ombre de la Lune portée par le Soleil sur la Terre est très petite, on peut évaluer qu'un objet tel que la Lune voit son ombre réduite d'un diamètre lunaire environ sur la distance Terre-Lune. Il doit en aller de même pour l'ombre de la Terre sur la Lune. Ainsi, le vrai rapport des diamètres ne doit pas être

de deux fois et demi, mais de trois fois et demi. En d'autres termes :

$$\phi_{Terre} = 3,5 \cdot \phi_{Lune}$$

Au III^e siècle avant J-C, Ératosthène parvient (semble-t-il, car sa mesure prête à discussion, voir annexe C.1) à déterminer que la circonférence de la Terre vaut un peu plus que $39'000 \text{ km}$, soit que la Terre a un diamètre de :

$$\phi = \frac{39'000}{\pi} = 12'414 \text{ km}$$

Cela implique que le diamètre de la Lune vaut :

$$\phi_{Lune} = \frac{12'414}{3,5} = 3547 \text{ km}$$

Or, l'angle α sous lequel on voit la Lune est d'un demi-degré, soit en radian $\pi/360 = 0,0087 \text{ rad}$. A l'aide d'une simple relation liant la longueur d'un arc L à son angle au centre α , exprimé en radian, et au rayon R du cercle, on obtient :

$$L = \alpha \cdot R \Rightarrow$$

$$R = \frac{L}{\alpha} = \frac{\phi_{Lune}}{\alpha}$$

$$R = d_{Terre-Lune} = \frac{3'547}{0,0087} = 407'701 \text{ km}$$

Ce qui représente environ 6% d'écart avec la valeur d'aujourd'hui.

A partir de là, l'équation 3.17, nous permet d'estimer la masse de la Lune :

$$M_{Lune} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G} \cdot \frac{407'701'000^3}{2'552'400^2} = 6,2 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

ce qui représente un ordre de grandeur 100 fois trop grand sur 10^{24} . Ce qui n'est tout de même pas si mal.

De la même manière, on peut évaluer la masse du Soleil grâce à la vitesse de rotation de la Terre autour de celui-ci et à la distance Terre-Soleil. En effet, en supposant le mouvement circulaire uniforme, on peut écrire :

$$G \cdot \frac{M_{Soleil} \cdot m_{Terre}}{d_{Terre-Soleil}^2} = m_{Terre} \frac{v_{Terre}^2}{d_{Terre-Soleil}}$$

Comme précédemment, la force de gravitation joue ici le rôle de force centripète. Après simplification et réorganisation des termes, on obtient :

$$\begin{aligned} M_{\text{Soleil}} &= \frac{v_{\text{Terre}}^2 \cdot d_{\text{Terre-Soleil}}}{G} \\ &= \frac{30'000^2 \cdot 1,496 \cdot 10^{11}}{6,67 \cdot 10^{-11}} \\ &= 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \end{aligned}$$

puisque la vitesse de la Terre autour du Soleil vaut environ 30 km/s (voir exercice 15, page 144) et la distance Terre-Soleil $1,496 \cdot 10^{11}$ m (voir le tableau A.2, page 97).

Les marées

L'application des lois de la physique humaine (monde sublunaire) à l'univers dans son ensemble va non seulement permettre de mieux comprendre la physique des objets célestes, mais aussi de mieux comprendre la physique de la Terre elle-même. La physique newtonienne et la loi de la gravitation universelle vont en effet donner une explication probante des marées (voir l'annexe J pour une explication plus mathématique).

Pour bien comprendre ce succès, il faut tout d'abord donner une description de ce phénomène très complexe. Il n'est pas possible d'aborder celui-ci de manière exhaustive et nous nous limiterons à une descriptions des phénomènes qui trouvent une explication dans la théorie dite statique de Newton (nous n'aborderons pas la théorie ondulatoire de Laplace) et dans les mouvements des principaux corps responsables des marées : la Lune et le Soleil. Encore que certaines propriétés des marées, parfaitement explicables grâce à ces mouvements, ne seront pas abordés par manque de place. Pour une description physique plus approfondie et très claire des marées, on peut consulter Guérin (2004).

De nos jours, seule la théorie ondulatoire de Laplace permet une prédiction suffisante pour les marées côtières notamment. Cette théorie faisant appel à des équations très complexes, le recours à l'informatique est absolument nécessaire^h.

De plus, dans ce paragraphe, on se limitera à l'explication des marées de pleine mer et de basse mer (voir ci-dessous) créées par l'influence de la Lune.

^h. Pour une description très mathématique mais très complète du phénomène de marée, voir Simon (2007)

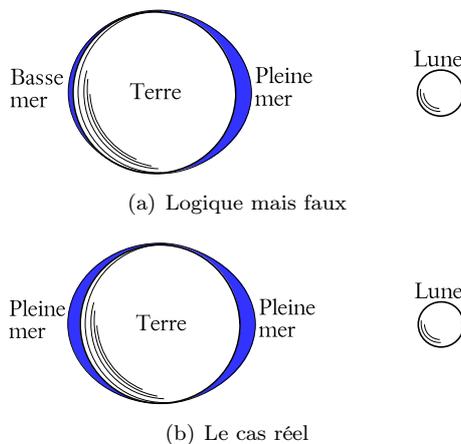


FIGURE 3.6 – Pleines et basses mers

Pour les marées de vives eaux et de mortes eaux, qui font intervenir l'influence du Soleil, il faudra se reporter à l'annexe J.

La principale période caractéristique de la marée est celle qui rythme les pleines mers et les basses mers. Contrairement à ce à quoi on pourrait s'attendre en pensant que c'est l'action de la Lune qui élève la mer, ce n'est pas une pleine mer (ou basse mer) par jour qui se produit, mais deux. La période de rotation de la Terre sur elle-même étant d'une journée et celle de la Lune d'un mois, un point à l'équateur (voir figure 3.6(a)) devrait se trouver à marée haute une seule fois par jour. En effet, en une journée le déplacement de la Lune est assez faible pour qu'on puisse le négliger en première approximation. Ce qui implique que pendant cette période l'eau en état de marée haute reste fixe et se situe du côté de la Lune.

Comme cela n'est pas le cas et qu'on constate l'existence de deux marées (haute ou basse) par jour, à douze heures d'intervalle, on est bien forcé de décrire le phénomène non seulement avec une marée haute du côté de la Lune (figure 3.6(a)), mais simultanément avec une autre marée haute à l'opposé de celle-ci, comme présenté sur la figure 3.6(b).

Ce rythme de deux marées par jour a constitué le principal problème pour l'explication des marées par l'influence de la Lune, jusqu'à la théorie de Newton.

C'est la loi de la gravitation universelle qui va donner une idée plus précise du phénomène. Mais

cela ne va pas se faire aussi simplement qu'on peut le penser. En particulier, le rapport des influences de la Lune et du Soleil qui peut être précisément établi grâce à elle, pose aussi problème. En effet, on peut calculer la force exercée par la Lune sur une masse m située sur Terre par :

$$\begin{aligned} F_{Lune} &= G \cdot \frac{M_{Lune} \cdot m}{d_{Terre-Lune}^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,35 \cdot 10^{22} \cdot m}{(3,844 \cdot 10^8)^2} \\ &= 3,32 \cdot 10^{-5} \cdot m \end{aligned}$$

Pour une masse $m = 100$ kg, cela correspond à une force $F = 3,32 \cdot 10^{-3}$ N = 3,32 mN.

Par ailleurs, on peut calculer la force exercée par le Soleil sur une masse m située sur terre par :

$$\begin{aligned} F_{Soleil} &= G \cdot \frac{M_{Soleil} \cdot m}{d_{Terre-Soleil}^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,981 \cdot 10^{30} \cdot m}{(1,496 \cdot 10^{11})^2} \\ &= 5,90 \cdot 10^{-3} \cdot m \end{aligned}$$

Pour une masse $m = 100$ kg, cela correspond à une force $F = 5,90 \cdot 10^{-1}$ N = 590 mN.

Le rapport r de la force de marée due au Soleil à celle due à la Lune est alors de :

$$r = \frac{F_{Soleil}}{F_{Lune}} = \frac{590}{3,32} = 177,7 \quad (3.18)$$

Cela contredit l'hypothèse que les marées sont essentiellement dues à l'influence de la Lune. C'est évidemment faux. Les deux calculs effectués ci-dessus représentent en fait un cas où tout les corps, Soleil, Lune et Terre, sont immobiles. Ce qui n'est pas du tout le cas.

Il ne faut donc pas seulement considérer l'influence gravifique de la Lune sur la Terre, mais aussi le mouvement de ces deux corps. En d'autres termes, il faut considérer la dynamique du système Terre-Lune à travers la deuxième loi de Newton tout prenant en compte une interaction due à la gravitation.

Le problème peut essentiellement être abordé de deux manières. La plus connue est celle qu'on désigne par "construction de Proctor". Elle a le mérite

de faire apparaître clairement la cause physique de la marée haute opposée à la lune. Elle a cependant le désavantage de procéder par une différence de deux forces qui ne s'appliquent pas au même endroit, ce qui pose des problèmes conceptuels dans l'emploi de la deuxième loi de Newton.

Dans le cadre de ce paragraphe, on va présenter la construction de Proctor, car elle a aussi le mérite de permettre une visualisation bidimensionnelle simple des forces de marée. Mais il ne faudra pas oublier qu'elle n'est que le résultat d'un développement bien plus rigoureux basé sur la deuxième loi de Newton. Ce développement est présenté en annexe J.

Pour comprendre la dynamique du système Terre-Lune, il faut s'imaginer la rotation de la Lune autour de la Terre. Si la Terre avait une masse infinie, la Lune tournerait autour du centre de la Terre. Or, ce n'est pas le cas. La Terre à une masse $M_{Terre} = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg et la Lune une masse de $M_{Lune} = 7,35 \cdot 10^{22}$ kg, ce qui représente pour la Lune un rapport p à la masse totale du système de :

$$\begin{aligned} p &= \frac{M_{Lune}}{M_{Terre} + M_{Lune}} \\ &= \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{5,97 \cdot 10^{24} + 7,35 \cdot 10^{22}} = 0,012 = 1,2\% \end{aligned}$$

Ce n'est pas négligeable. En effet, pour cette raison, le centre de gravité du système Terre-Lune ne correspond pas au centre de la Terre. Il se situe à une distance du centre de la Terre correspondant au rapport de masses p calculé ci-dessus, soit 1,2% de la distance Terre-Lune :

$$r = 0,012 \cdot 3,84 \cdot 10^5 = 4608 \text{ km}$$

Par rapport au rayon de la Terre, qui est de 6371 km, cela représente :

$$\frac{4608}{6371} = 72,3\%$$

Ainsi, la Lune ne tourne pas vraiment autour de la Terre mais autour du centre de gravité du système Terre-Lune. La figure 3.7 présente la situation. Le système tourne autour de l'axe Δ qui passe par le centre de gravité C. Le centre de la Terre O et le point P tournent aussi autour de cet axe, se déplaçant en O' et P'. En plus de la rotation diurne en 24 h sur elle-même, la Terre tourne donc autour

FIGURE 3.7 – *Le système dynamique Terre-Lune*
Le centre de gravité du système C n'est pas au centre de la Terre.

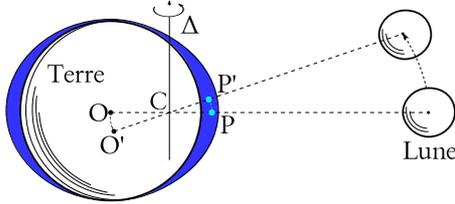
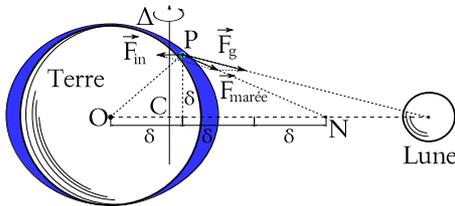


FIGURE 3.8 – *Marées : la construction de Proctor*
Richard Anthony Proctor, astronome anglais du XIX^e siècle.



du centre de gravité C en un mois environ. Cette rotation crée une pseudo-force dite centrifuge qui est à l'origine de la marée haute à l'opposé de la Lune, mais l'action existe aussi en PP' .

Il faut relever la complexité de cette action qui existe aussi pour les masses d'eau qui sont du côté de la Lune. L'ensemble de ces forces se traduit mathématiquement par une action très simple sur le centre de la Terre et, formellement, cela revient à considérer le rapport des forces de gravitation s'exerçant à la surface de la Terre avec celles s'exerçant au centre de celle-ci.

La figure 3.8 présente la situation. On y voit la décomposition de l'effet de marée $\vec{F}_{marée}$ en deux forces : l'attraction gravitationnelle de la Lune \vec{F}_g et une force d'inertie \vec{F}_{in} .

En première analyse, on comprend bien en effet qu'une masse d'eau située au point P soit à la fois attirée par la Lune et soulevée vers l'extérieur par la rotation de la Terre autour du centre de gravité Terre-Lune. Si le point P était situé à l'opposé de la Lune, le raisonnement serait parfaitement justifié. Par contre, pour le point P indiqué (intentionnellement) sur la figure 3.8, on comprend mal que la force d'inertie soit dirigée *vers* l'axe de rotation. En réalité, il y a derrière la force d'inertie une physique

des objets en rotation où cette pseudo-force joue un rôle différent des vraies forces. Il s'agit d'une physique des référentiels non inertiels décrite à l'annexe I. En fait, la force d'inertie devrait être appliquée au référentiel lié au centre de la Terre, soit au point O . En effet, il s'agit d'une pseudo-force, dite centrifuge, qui n'apparaît dans l'équation de Newton que dans le cas de référentiels en rotation. Comme la deuxième loi de Newton n'est valable que dans des référentiels inertiels, c'est-à-dire en translation uniforme les uns par rapport aux autres (voir annexe I), pour la préserver dans des référentiels en rotation, il faut y ajouter des pseudo-forces d'inertie traduisant le mouvement de rotation du référentiel. Dans ce cas particulier, il s'agit d'une pseudo-force centrifuge appliquée au centre de la Terre O et dirigée à l'opposé du centre de masse C du système Terre-Lune. L'annexe J donne le développement correct de ce problème sur l'axe Terre-Lune. Ce développement constitue une justification de la construction de Proctor. Il constitue aussi le cœur de l'explication newtonienne du phénomène de marée, puisqu'il a pour origine l'application de la deuxième loi de Newton et de la loi de la gravitation universelle.

De nos jours, le graphe du vecteur $\vec{F}_{marée}$ le long d'un méridien est relativement simple à réaliser avec un ordinateur. La construction de Proctor en permet le tracé approximatif sans calcul, puisque la direction de $\vec{F}_{marée}$ est celle qui relie le point d'application de la force au point N (sur la figure 3.8) dont la règle de Proctor dit qu'il est situé sur la ligne qui relie la Terre à la Lune, à trois fois la distance δ correspondant à la hauteur de la projection orthogonale du point P sur cette ligne.

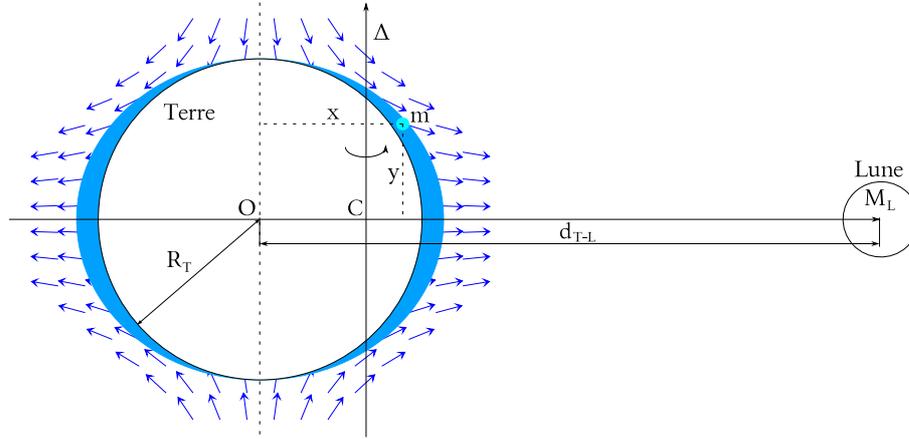
Le résultat correspond au graphe du champ vectoriel le long du méridien présenté sur la figure 3.9.

On peut montrer sur la base de la deuxième loi de Newton et de la loi de la gravitation universelle (voir (Gruber, 1988, p. 416)) que le vecteur $\vec{F}_{marée}$ correspondant à la force de marée s'exerçant sur une masse m d'eau située au point de coordonnées (x, y) d'un référentiel cartésien lié au centre de la Terre (dans le plan d'un méridien) vaut :

$$\vec{F}_{marée} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^3} \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot x \\ -y \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Où M_L est la masse de la Lune et d_{T-L} la distance Terre-Lune.

FIGURE 3.9 – Marées : le champ de forces
Selon la construction de Proctor.



L'expression de la force $\vec{F}_{\text{marée}}$ donnée par 3.19 trouve sa représentation graphique dans le champ de vecteurs représenté à la figure 3.9. On y voit l'attraction de la Lune sur les masses d'eau qui se trouvent de son côté et, de l'autre côté, l'effet de la force d'inertie (pseudo-force centrifuge). Deux marées hautes se trouvent donc aux antipodes l'une de l'autre. La Terre tournant sur elle-même bien plus rapidement que la Lune tourne autour d'elle, l'existence de deux marées par jour trouve donc ici une explication à travers l'application de la deuxième loi de Newton.

Remarquez aussi la symétrie du champ de forces par rapport à l'axe (en traitillé sur la figure 3.9) passant par le centre O de la Terre. Mais, attention, cet axe ne correspond pas à l'axe de rotation diurne de la Terre sur elle-même. En effet, il est perpendiculaire au plan de rotation de la Lune autour de la Terre qui fait un angle de $5^\circ 9'$ par rapport au plan de l'écliptique (le plan de rotation de la terre autour du Soleil). Comme le plan équatorial, lui-même perpendiculaire à l'axe de rotation diurne de la Terre, fait un angle de $23^\circ 26'$ avec le plan de l'écliptique, l'axe de rotation de la Terre sur elle-même et celui du système Terre-Lune ne correspondent pas.

Si déterminer par calcul la force de marée s'exerçant sur une masse donnée d'eau constitue un grand progrès, cette explication peut sembler limitée puisqu'elle ne prédit pas directement les hauteurs d'eau.

Et la vérification de l'expression de la force peut sembler de prime abord difficile à réaliser.

Pour comprendre dans quelle mesure l'explication newtonienne correspond numériquement avec les observations, considérons une forme réduite de l'équation 3.19. Il s'agit de l'expression de celle-ci sur une masse m d'eau située sur l'axe Terre-Lune. La détermination de cette force est présentée à l'annexe J, équation J.8, page 133. Le résultat est le suivant :

$$F_{\text{marée}} = 2 \cdot G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^3} \cdot R_T \quad (3.20)$$

Évidemment, cette force est proportionnelle à la masse M_L de la Lune, puisque la marée est en partie due à la force de gravitation. Mais, contrairement à la loi de la gravitation, elle n'est pas inversement proportionnelle au carré de la distance Terre-Lune, car elle est aussi en partie due à la force d'inertie (ou pseudo-force centrifuge). La somme de ces deux forces (de gravitation et d'inertie) varie comme l'inverse du cube de la distance Terre-Lune. C'est là une différence importante qui va permettre de déterminer le rapport d'influence de la Lune et du Soleil sur les masses océaniques.

On a vu que le rapport des forces gravifiques exercées par la Lune et par le Soleil sur une masse d'eau vaut $r = 177,7$ (voir équation 3.18). Ce qui est en contradiction avec l'observation qui montre une influence prédominante de la Lune sur le Soleil. Cette contradiction tient au fait que la force

d'inertie a été négligée. Pour en tenir compte, on peut recalculer le rapport r à partir de l'équation 3.20 appliquée à la Lune et au Soleil :

$$F_{marée}^{Lune} = 2 \cdot G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^3} \cdot R_T \quad (3.21)$$

$$F_{marée}^{Soleil} = 2 \cdot G \cdot \frac{M_S \cdot m}{d_{T-S}^3} \cdot R_T \quad (3.22)$$

Le rapport s'exprime alors par :

$$\begin{aligned} r &= \frac{F_{marée}^{Soleil}}{F_{marée}^{Lune}} = \frac{M_S/d_{T-S}^3}{M_L/d_{T-L}^3} \\ &= \frac{M_S}{M_L} \left(\frac{d_{T-L}}{d_{T-S}} \right)^3 = \frac{1,99 \cdot 10^{30}}{7,35 \cdot 10^{22}} \left(\frac{3,84 \cdot 10^8}{1,50 \cdot 10^{11}} \right)^3 \\ &= 0,46 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Ce rapport correspond à une influence plus importante de la Lune par rapport au Soleil d'environ $1/0,46 = 2,17 \times$. Pour les marées océaniques (en plein océan et non côtières où d'autres phénomènes entrent en jeu) ce rapport est bien vérifié, ce qui lève la contradiction évoquée précédemment et confirme la théorie de Newton.

On en restera là pour une première analyse du phénomène de marée grâce à la théorie de la gravitation et à la dynamique newtonienne. Mais bien d'autres aspects devraient être évoqués. Quelques uns le sont dans l'annexe J. Cependant, comme déjà dit, ils ne sortent pas du cadre de l'explication astronomique, celle exprimée en termes d'ondes n'étant pas du niveau de ce cours.

Le frottement

Pour comprendre la force de frottement, il faut réaliser l'expérience suivante :

on tire avec un dynamomètre une masse posée sur une table. Pendant un premier temps, la masse ne bouge pas. Cela signifie que la force qu'on exerce est égale à la force de frottement. Même si on tire de plus en plus fort, la masse ne bouge pas. Donc, la force de frottement augmente en même temps et dans la même mesure que celle que l'on exerce. C'est le cas jusqu'à un certain point nommé "imminence de glissement". A ce moment-là, la force de frottement, dite "statique" parce que la masse ne bouge pas encore, est maximale. Si on augmente encore, ne serait-ce qu'un tout petit peu, la force

FIGURE 3.10 – La force de frottement

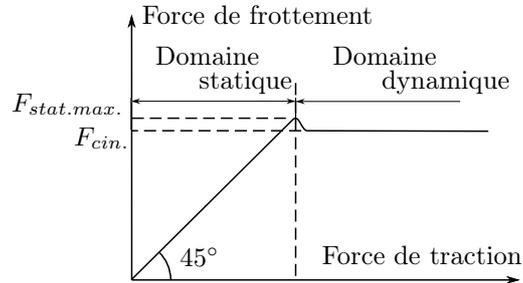


FIGURE 3.11 – Freins de wagon



de traction, la masse se met en mouvement et on constate en général que la force de frottement diminue légèrement. Ensuite, même si on augmente la force de traction, la force de frottement ne varie plus. Ce comportement est résumé sur le graphique de la figure 3.10.

Par ailleurs, pour un frottement de type sec, c'est-à-dire entre deux surfaces solides (voir figure 3.11), on montre que la force ne dépend pas de la surface de frottement, mais seulement de la nature des surfaces et de la réaction du sol (la force exercée par le sol sur la masse). Ainsi, on peut écrire :

$$F_{frott. stat. max} = \mu_o \cdot N \quad (3.24)$$

où μ_o est le coefficient de frottement statique qui traduit l'influence de la nature des surfaces et N est la force de réaction. De la même manière, on a aussi :

$$F_{frott. cin.} = \mu_c \cdot N \quad (3.25)$$

où μ_c est le coefficient de frottement cinétique.

D'autre part, on a, comme la figure 3.10 le montre, la relation suivante :

$$\mu_o \geq \mu_c$$

Enfin, il faut relever qu'en réalité la situation est plus complexe. Même si le modèle de la force de frottement cinétique présente une force indépendante de la vitesse, on peut observer des variations en fonction de la vitesse (notamment une décroissance). De plus, sa linéarité en fonction de la réaction normale du sol n'est pas toujours exacte. Il s'agit donc d'un modèle qui a ses limites.

Exemple Calculez la distance de freinage d'une voiture roulant à 50 km/h sur une route mouillée dont les coefficients de frottement avec les pneus valent : $\mu_o = 0,4$ et $\mu_c = 0,3$. Le conducteur ne sait pas freiner.

Solution :

Comme le conducteur ne sait pas freiner, il bloque les roues et elles glissent sur la chaussée. Le coefficient de frottement est donc $\mu_c = 0,3$. La force de frottement vaut alors :

$$F_{frot.} = \mu_c \cdot N = \mu_c \cdot m \cdot g$$

et, la deuxième loi de Newton implique :

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_{frot.}}{m} = \frac{\mu_c \cdot m \cdot g}{m} = \mu_c \cdot g \\ &= 0,3 \cdot 9,81 = 2,943 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Par ailleurs, on a aussi : $v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d$
Ainsi, on tire :

$$d = \frac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot a} = \frac{0^2 - 13,9^2}{2 \cdot (-2,943)} = 32,8 \text{ m}$$

Car 50 km/h = 13,9 m/s et $a < 0$ pour une décélération.

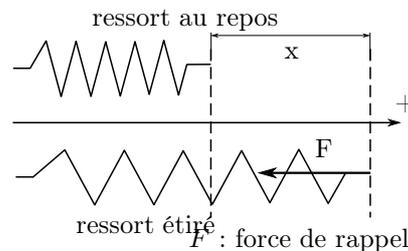
La force d'un ressort

Il est particulièrement intéressant de comprendre comment agit la force d'un ressort. En effet, c'est un premier modèle traduisant les liaisons interatomiques à l'intérieur d'un cristal par exemple. Mais beaucoup d'autres cas pourraient être présentés (voir figure 3.12).

FIGURE 3.12 – Essieu de wagon



FIGURE 3.13 – Force élastique d'un ressort



Dans le domaine où le ressort a un comportement plastique (c'est-à-dire quand sa variation de longueur est parfaitement réversible), on montre que l'expression donnant la force de rappel par rapport à l'état d'équilibre où le ressort est détendu, est :

$$\boxed{F = -k \cdot x} \quad (3.26)$$

où k appelée *constante du ressort*, traduit sa "dureté" et s'exprime en N/m . Le signe négatif vient du fait que si le ressort est étiré c'est une force de rappel dirigée dans le sens contraire de l'axe.

Exemple On suspend à un ressort de constante $k = 200 \text{ N/m}$ une masse de 2 kg. Calculez son allongement.

Solution :

L'équilibre des forces (le poids vers le bas et la force de rappel du ressort vers le haut) mène à la solution suivante :

$$m \cdot g = k \cdot x \Rightarrow x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{2 \cdot 9,81}{200} = 9,81 \text{ cm}$$

RÉSUMÉ DES GRANDEURS ET UNITÉS

Grandeur	Symbole	Unité
Distance	r	m
Masse	m, M	kg
Force	F	N
Constante de la gravitation	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$	$\frac{N \cdot m^2}{kg^2}$
Coefficient de frottement	μ	-
Constante du ressort	k	$\frac{N}{m}$

RÉSUMÉ DES LOIS DE LA DYNAMIQUE

Lois de Newton

Les lois fondamentales de la dynamique :

$$MRU \Leftrightarrow \Sigma \vec{F}^{ext} = 0 \quad (3.27)$$

$$\Sigma \vec{F}^{ext} = m \cdot \vec{a} \quad (3.28)$$

$$\overrightarrow{Action} = -\overrightarrow{Réaction} \quad (3.29)$$

$$(3.30)$$

et

Forces

Quelques lois :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} \quad (3.31)$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (3.32)$$

$$F = -k \cdot x \quad (3.33)$$

$$F = \mu \cdot N \quad (3.34)$$

MCU : force centripète de natures diverses

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_c = \frac{v^2}{R} \quad (3.35)$$

FIGURE 3.14 – Résumé de mécanique

Chapitre 4

L'énergie

4.1 Introduction

AL'ORIGINE, la notion d'énergie est apparue comme une seconde voie dans l'étude de la dynamique des mouvements. En effet, la théorie de Newton, qui se situe au niveau de la relation causale entre force et accélération, utilise des grandeurs qui sont en permanente évolution au cours du temps ($F(t)$, $a(t)$, $v(t)$ et $x(t)$). De plus, elle se place au niveau mathématique de l'accélération. Pour remonter à la vitesse ou à la position, il faut ensuite effectuer une série d'opérations mathématiques qui peuvent ne pas être simples (intégrations). Est donc apparue une nouvelle théorie utilisant des concepts se situant au niveau mathématique de la vitesse et développant des théorèmes de conservation. Ainsi, cette seconde voie s'est vite présentée comme un complément à la théorie de Newton permettant des solutions mathématiques parfois plus simples que celles de la théorie newtonienne aux problèmes de mécanique. Mais elle a aussi permis de mettre en évidence la conservation de certaines grandeurs importantes.

D'un autre côté, les nouveaux concepts développés ont pris, avec le développement des appareils nécessitant des sources d'énergie, une véritable signification dans la vie courante. Et les problèmes énergétiques de ce début de XXI^e siècle contribuent plus encore aujourd'hui à imposer la nécessité de comprendre les notions de travail, d'énergie et de puissance.

Ce chapitre va donc tenter de formuler aussi simplement que possible tous ces concepts, afin de permettre de mieux comprendre les enjeux des pro-

blèmes énergétiques d'aujourd'hui.

4.2 Travail

La première notion importante à connaître est celle liée à l'action d'une force sur une distance donnée. On imagine bien qu'un cheval tirant une péniche (voir figure 4.1) doit effectuer un certain travail. Évidemment, plus la force qu'il doit exercer pour compenser la force de frottement et faire avancer le traîneau est importante, plus le travail qui lui est demandé le sera. Par ailleurs aussi, plus la distance qu'il va parcourir sera grande plus son travail le sera. On peut ainsi assez simplement définir le travail par :

$$A = F \cdot d \quad (4.1)$$

où A est le travail ("Arbeit" en allemand), F la force exercée et d la distance parcourue. Le travail s'exprime en Joule (J), unité définie par :

$$[A] = [F] \cdot [d] = \text{Nm} = \text{J}$$

On peut ainsi calculer le travail nécessaire pour faire avancer un objet horizontalement avec une force de 4 N sur une distance de 5 m :

$$A = F \cdot d = 4 \cdot 5 = 20 \text{ J}$$

Deux autres unités de travail (et d'énergie) très connues (mais non SI) sont la calorie (cal) et le kilowattheure (kWh). On a :

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J} \text{ et } 1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

FIGURE 4.1 – *Puissance*
*Le cheval vapeur*⁶⁴



Attention, la présence du symbole W pour Watt ne signifie pas qu'il s'agit d'une puissance, comme nous le verrons au paragraphe 4.3

Remarquons finalement que la définition du travail donnée ci-dessus n'est valable que pour des forces s'exerçant dans la même direction et le même sens que le déplacement. Pour une force agissant dans le sens contraire du déplacement, le travail est négatif et pour une force perpendiculaire au déplacement, il est nul. Cela se traduit aisément en considérant comme définition du travail le produit scalaire entre deux vecteurs : la force et le déplacement.

4.3 Puissance

On voit que le travail ne dépend pas du temps. Or, on peut produire un même travail lentement (voir figure 4.1) ou rapidement. La manière dont ce travail est produit dans le temps donne lieu à la définition de la notion de puissance. Plus le temps mis pour produire un travail donné est court, plus il faudra de la puissance. On doit donc écrire :

$$\boxed{P = \frac{A}{t}} \quad (4.2)$$

où P est la puissance, A le travail et t le temps mis pour le produire. L'unités de la puissance est

le Watt (W), défini par :

$$[P] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{J}{s} = W$$

On peut ainsi calculer la puissance nécessaire pour produire un travail de 20 J en une minute :

$$P = \frac{A}{t} = \frac{20}{60} = 0,33 \text{ W}$$

Une autre unité de puissance (non SI) est le cheval-vapeur (Ch ou CV). On a :

$$1 \text{ Ch} = 736 \text{ W}$$

Il faut remarquer que le fait qu'on puisse aussi écrire l'équation 4.2 sous la forme :

$$A = P \cdot t$$

a permis de définir le kilowattheure (kWh) en tant qu'unité du travail (ou d'énergie). En effet, en choisissant le kWh pour unité de puissance et l'heure pour unité de temps, on a :

$$[A] = [P] \cdot [t] = \text{kWh}$$

4.4 Énergie potentielle

Le poids d'un objet de masse m tombant d'une hauteur h produit un travail qu'on peut calculer ainsi :

$$A = F \cdot d = P \cdot h = mg \cdot h$$

Partant de ce résultat, on "localise" ce travail dans l'objet situé à la hauteur h . En d'autres termes, on s'imagine que cet objet dispose, de par sa situation à la hauteur h , d'une "énergie potentielle". En tombant sous l'effet de son poids, l'objet transformerait alors celle-ci en travail. Comme celui-ci vaut $mg \cdot h$, on peut définir l'énergie potentielle par :

$$\boxed{E_{pot} = mg \cdot h} \quad (4.3)$$

La transformation possible de l'énergie potentielle en travail implique une correspondance des unités de ces deux grandeurs. Ainsi :

$$[E_{pot}] = [A] = J$$

On peut ainsi résumer la situation en disant que pour monter à une hauteur h un objet de masse m

soumis à son poids, on doit fournir un travail sous la forme d'une force opposée et égale à son poids qui se déplace sur une hauteur h . Au fur et à mesure de l'élévation, le travail fourni se transforme en énergie potentielle. Ce travail est récupérable à travers le travail fourni par le poids de l'objet quand on le redescend à sa hauteur initiale.

4.5 Énergie cinétique

Un camion s'écrasant contre un mur à une vitesse de 50 km/h va produire un travail de déformation de celui-ci. Sa masse et son mouvement constituent donc une sorte de réservoir d'énergie que nous appellerons "énergie cinétique". Pour la calculer précisément, on procède comme pour l'énergie potentielle. On calcule le travail nécessaire pour amener le camion à la vitesse choisie et on considère que ce travail constitue l'énergie cinétique du camion. Dans le cas d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré, avec une vitesse initiale nulle, on a :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow a = \frac{v^2 - 0^2}{2 \cdot d}$$

On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} A &= F \cdot d = ma \cdot d \\ &= m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot d} \cdot d \\ &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned}$$

On montre que ce résultat n'est pas valable seulement dans les conditions ci-dessus, mais est tout-à-fait général. Ainsi, l'énergie cinétique d'un objet de masse m et de vitesse v est donnée par :

$$\boxed{E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} \quad (4.4)$$

A nouveau, la transformation possible de l'énergie cinétique en travail implique une identité des unités de ces deux grandeurs et :

$$[E_{cin}] = [A] = \text{J}$$

On peut aussi résumer la situation en disant que pour augmenter la vitesse d'un objet de masse m du repos à une vitesse donnée, on doit fournir un travail qui s'accumule sous la forme d'énergie cinétique dans l'objet. Ce travail est récupérable à travers le travail fourni lorsque l'objet exerce une force qui diminue sa vitesse.

4.6 Théorème de l'énergie cinétique

La remarque de la fin du paragraphe 4.5 nous amène à considérer la variation d'énergie cinétique à travers le travail qui la produit ou qu'elle produit. Cela constitue le théorème de l'énergie cinétique qui s'exprime ainsi :

$$\boxed{\Delta E_{cin} = \sum A_{F^{ext}}} \quad (4.5)$$

Il faut bien comprendre que le travail à prendre en compte dans ce théorème est celui de toutes les forces extérieures en jeu. Il peut s'agir de forces qui dissipent de l'énergie, dites dissipatives, comme la force de frottement, ou de forces qui la conservent, dites conservatives, comme le poids par exemple.

Nous verrons au paragraphe 4.7 que le théorème de conservation de l'énergie mécanique ne traite quant à lui que des cas où les forces sont conservatives. Il n'est apparemment valable qu'en l'absence de frottement. La résolution des problèmes ne contenant que de telles forces s'en trouve facilitée. Cela peut néanmoins apparaître comme une limitation. Elle n'est pourtant qu'apparente. Au niveau fondamental, les forces de frottement s'avèrent en réalité être des forces électriques qui sont conservatives. Le théorème de conservation de l'énergie mécanique est donc tout aussi général que celui de conservation de l'énergie cinétique.

Il existe cependant une autre façon de prendre en compte les forces de frottement au sein d'un théorème analogue à celui de conservation de l'énergie mécanique. Au paragraphe 4.8 nous montrerons qu'il suffit pour cela de considérer la variation de l'énergie mécanique comme équivalente au travail des seules forces non conservatives (forces de frottement).

4.7 Conservation de l'énergie mécanique

Qu'elle soit potentielle ou cinétique, il s'agit toujours d'énergie. On comprend donc facilement qu'il puisse exister des transferts entre ces deux formes d'énergie (comme avec d'autres formes d'énergie que nous verrons par la suite d'ailleurs!).

Le cas de la chute d'un objet permet de bien illustrer la situation. Un objet immobile à une hauteur

FIGURE 4.2 – Énergie cinétique et potentielle
L'énergie se transforme⁶⁶



h a une énergie potentielle donnée par :

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

et une énergie cinétique nulle en raison de son immobilité :

$$E_{cin} = 0$$

Si on le lâche, sous l'effet de son poids, il va tomber. La hauteur à laquelle il se situe va donc diminuer et, avec elle, son énergie potentielle :

$$h \searrow \Rightarrow E_{pot} = m \cdot g \cdot h \searrow$$

Bien entendu, cette diminution d'énergie potentielle se fait au profit d'un autre type d'énergie : l'énergie cinétique. En effet, la vitesse de l'objet, et donc son énergie cinétique, augmente en tombant :

$$v \nearrow \Rightarrow E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \nearrow$$

Arrivé à une hauteur nulle, l'objet n'a plus que de l'énergie cinétique :

$$h = 0 \Rightarrow E_{pot} = 0 ; E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Dans le cas où il n'y a pas de frottements, on peut considérer que toute l'énergie potentielle s'est

transformée en énergie cinétique. Il y a donc là une *conservation de l'énergie* qui passe d'une forme potentielle à une autre forme cinétique. On peut donc écrire :

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_{cin}$$

et déterminer ainsi la vitesse à laquelle l'objet arrive en bas :

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Pour formaliser ce *principe de conservation de l'énergie*, on définit une nouvelle grandeur appelée *énergie mécanique* E_{mec} par :

$$E_{mec} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \quad (4.6)$$

qui permet d'écrire le théorème de conservation de l'énergie suivant :

$$E_{mec} = const \quad (4.7)$$

Ce qui signifie aussi :

$$E_{mec2} = E_{mec1} \Rightarrow$$

$$E_{mec2} - E_{mec1} = 0$$

$$\Delta E_{mec} = 0$$

ou

$$E_{cin2} + E_{pot2} - (E_{cin1} + E_{pot1}) = 0$$

$$E_{cin2} - E_{cin1} + E_{pot2} - E_{pot1} = 0$$

$$\Delta E_{cin} + \Delta E_{pot} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2$$

$$+ m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1 = 0$$

Toutes ces expressions sont équivalentes. Il est important de bien comprendre qu'elles signifient toutes que l'énergie mécanique reste la même au cours du temps.

Il est aussi important de dire que cette loi n'est valable qu'en l'absence de frottements.

On peut alors refaire le calcul de la vitesse atteinte par un objet en chute libre d'une hauteur h d'une autre manière. On commence par déterminer l'énergie mécanique au début :

$$E_{mec}^{deb} = E_{cin} + E_{pot} = 0 + m \cdot g \cdot h$$

et à la fin du mouvement :

$$E_{mec}^{fin} = E_{pot} + E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0$$

et on impose que l'énergie mécanique soit conservée entre le début et la fin du mouvement :

$$0 + mg \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0$$

On obtient bien alors la vitesse trouvée précédemment.

Finalement, rappelons que l'on peut aussi trouver cette vitesse sans passer par l'énergie, mais en utilisant la cinématique du mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA). En effet, une chute libre est un MRUA et pour une vitesse initiale nulle, on peut écrire :

$$v^2 = 0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Visiblement, ce calcul est plus simple. Pourtant, il faut relativiser. En effet, l'équation utilisée résulte de la composition des deux équations du mouvement d'un MRUA. Par ailleurs, elle n'est plus valable pour un mouvement non uniformément accéléré pour lequel la méthode de la conservation de l'énergie est toujours fonctionnelle. En fin de compte, il s'agit de choisir au cas par cas s'il est plus simple d'utiliser Newton ou l'énergie.

4.8 Variation de l'énergie mécanique

En présence de frottements (forces dissipatives), on peut modifier le théorème de conservation de l'énergie mécanique en s'inspirant du théorème de l'énergie cinétique. On peut considérer le travail des forces extérieures impliquées dans ce dernier comme comprenant deux termes : l'un correspondant aux forces conservatives et l'autre aux forces dissipatives. Ainsi, on peut écrire :

$$\Delta E_{cin} = A_{F_{cons}^{ext}} + A_{F_{diss}^{ext}}$$

Or, le travail des forces conservatives représente tout simplement l'énergie potentielle qui leur correspond. Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} \Delta E_{cin} + \Delta E_{pot} &= A_{F_{diss}^{ext}} \\ \Rightarrow \Delta E_{mec} &= A_{F_{diss}^{ext}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

L'équation 4.8 montre que l'énergie mécanique en tant que telle n'est plus conservée. Mais on comprend bien que sa variation est en relation étroite avec la dissipation d'énergie due à la force de frottement : il y a production de chaleur. Mais cela est traité dans le chapitre 5 sur la thermodynamique.

4.9 Énergies renouvelables

Parti est pris ici de mettre en avant des énergies respectueuses de l'environnement et renouvelables. Certaines sont de réelles alternatives aux énergies non renouvelables et ont depuis longtemps fait leur preuves. D'autres commencent seulement à permettre des productions assez importantes pour être signalées. Quoi qu'il en soit, elles méritent d'être présentées avec un regard critique autant que les autres. C'est ce qui va être fait ici. Pour de plus amples renseignements on peut consulter Lhomme (2004).

Une juste appréciation de la valeur d'un type d'énergie n'est pas une chose facile tant nombreux sont les paramètres qui doivent intervenir. Les variables à prendre en compte peuvent être d'ordre physique, géographique, politique, écologique, ... Les grandeurs physiques seront cependant privilégiées dans ce cours de physique pour des raisons évidentes. Cependant, dans la mesure du possible, plusieurs autres paramètres seront aussi abordés.

En ce qui concerne les grandeurs physiques, seront principalement utilisées :

- L'énergie E produite pendant une période donnée, en kilowattheures plutôt qu'en joules, car c'est l'usage communément répandu.
- La puissance P de production, en watt.

La relation liant ces deux grandeurs est, rappelons-le, $E = P \cdot t$.

Les énergies renouvelables les plus importantes (hydraulique, biomasse, solaire et éolien) représentent environ 20% de la production mondiale (Reeves et Lenoir, 2003, p. 67.).

4.9.1 Énergie hydraulique

Elle représente 18% de la production mondiale, soit plus de 700 GW. Il s'agit de la puissance installée, c'est-à-dire la puissance maximale permise par la totalité des installations. En réalité, toutes

FIGURE 4.3 – Barrage d'Emosson (Suisse)
D'une hauteur de 180 m et largeur de 560 m⁶⁸



ne produisent pas toujours au maximum. En effet, comme on peut la stocker, l'énergie hydraulique est souvent sous utilisée pour compléter la demande. Elle représente donc en fait environ 10% de la production totale mondiale. En France, par exemple, environ 25 GW sont installés, pour 22% de la consommation électrique, alors que seulement 15% sont produits. Relevons qu'en Suisse, la production d'électricité est assurée à 56% par l'hydraulique.

L'idée pour la production d'énergie hydraulique est simple. Une masse d'eau située à une altitude h a une énergie potentielle qui vaut :

$$E = m \cdot g \cdot h$$

Or, le soleil, qui chauffe l'eau des océans, évapore une grande quantité d'eau qui retombe sur les montagnes sous la forme de précipitations. L'énergie fournie par le soleil se transforme donc en énergie potentielle qu'on peut stocker en retenant l'eau à l'aide de barrages. On utilise ensuite des conduites forcées pour l'amener à grande vitesse sur des turbines. L'énergie potentielle est donc transformée en énergie cinétique de rotation. Celle-ci est ensuite

transformée à l'aide d'alternateurs en énergie électrique.

Il est intéressant de déterminer la puissance qu'on peut tirer d'une rivière ou d'une retenue d'eau. Elle s'exprime directement à partir de l'énergie potentielle (équation 4.3), de la définition de la puissance (équation 4.2) et de celle du débit $Q = V/t$ où V est le volume :

$$\begin{aligned} P &= \frac{E}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \\ &= \frac{m}{t} \cdot g \cdot h = \frac{\rho \cdot V}{t} \cdot g \cdot h \\ &= \frac{V}{t} \cdot \rho \cdot g \cdot h = Q \cdot \rho \cdot g \cdot h \end{aligned}$$

en raison de la définition de la masse volumique :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

Si on considère la masse volumique de l'eau :

$$\rho_{\text{eau}} = 998 \text{ kg/m}^3 \simeq 1000 \text{ kg/m}^3$$

on peut raisonnablement éliminer le terme ρ si on travaille en kW (et non en W) pour la puissance. On obtient alors :

$$P = Q \cdot g \cdot h$$

Mais, cette puissance constitue le maximum pouvant être atteint. En réalité, la nature de l'écoulement et des frottements interviennent pour diminuer cette puissance. Le problème du calcul de ces facteurs étant complexe, on en rend compte simplement à l'aide d'un facteur de rendement qui modère la puissance maximale. Ainsi, la "puissance de chute" se calcule par :

$$P_{\text{réelle}} = \eta \cdot Q \cdot g \cdot h \quad (4.9)$$

où on a :

- la puissance P en kW,
- le débit Q en m³/set
- la hauteur de chute h en m.

Un rendement typique vaut : $\eta = 0,8 = 80\%$.

Exemple

Comparons les deux types d'installations suivantes :

1. une chute de 10 m avec un débit de 4 m³/s et

2. une chute de 40 m avec un débit de 1 m³/s.

En considérant un rendement de 90%, par exemple, les puissances P_1 et P_2 de ces deux installations sont :

$$P_1 = 0,9 \cdot 4 \cdot 9,81 \cdot 10 = 353,16 \text{ kW}$$

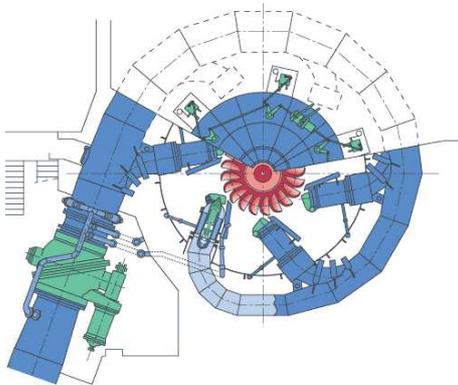
$$P_2 = 0,9 \cdot 1 \cdot 9,81 \cdot 40 = 353,16 \text{ kW}$$

On a donc ici deux installations de même puissance. Mais certainement pas de même coût. En effet, il est bien plus facile (et donc moins coûteux) de faire une conduite forcée dans la montagne pour amener l'eau sur une différence d'altitude de 40 m avec un débit de 1 m³/s que de construire une turbine adaptée à un débit de 10 m³/s.

Types de turbines

Différents types de turbines correspondent à différentes plages d'utilisation. Il existe essentiellement trois types de turbines en fonctionnement dans le monde.

FIGURE 4.4 – Turbine Pelton
Des godets propulseurs⁷⁰



- Les turbines Kaplan sont à réaction : totalement immergées dans l'eau, elles fonctionnent comme une aile d'avion. Elles ressemblent à une hélice (comme pour un bateau) généralement verticale. Elles sont utilisées pour de faibles chutes, jusqu'à 30 m, et un débit de 4 à 350 m³/s.
- Les turbines Francis sont aussi à réaction et ont des pales qui les font ressembler à un réacteur d'avion. Elles sont utilisées pour de moyennes chutes, entre 10 et 700 m, et un débit de 4 à 55 m³/s.

FIGURE 4.5 – Ancienne turbine Pelton
Barrage d'Emosson, centrale de Châtellard
43'850 kW, 500 t/min, 7135 kg en acier inox.



- Les turbines Pelton (voir figure 4.4 et 4.5), elles, sont à action : c'est la poussée du fluide qui les fait tourner. Elles ressemblent aux anciennes roues à aube, mais tournent horizontalement et sont munies de godets. Elles sont utilisées pour de hautes chutes, entre 200 et 2000 m, et un débit de 4 à 15 m³/s.

Le rendement de ces turbines varie entre 80 et 90%.

Alternateur

Il faut relever que l'énergie cinétique de rotation des turbines est transformée en énergie électrique grâce à un alternateur. Il n'est pas ici nécessaire d'en expliquer le fonctionnement, qui relève de l'électromagnétisme. Retenons cependant que le rendement (rendement dont tient compte le facteur η de la puissance de chute) d'un alternateur est supérieur à 90%, ce qui permet de dire que la production d'électricité au moyen d'énergie hydraulique est très efficace.

Problèmes rencontrés

Il faut ici mentionner les réels problèmes posés par la construction de barrages géants, en Inde no-

tamment, qui sont loin de ne présenter que des avantages pour les populations. L'irrigation des régions alentour par exemple est bien moins importante que les espérances mises en avant par les constructeurs. Cependant, l'énergie hydraulique de moyenne et faible puissance est généralement bien tolérée. De plus, elle ne génère aucun gaz à effet de serre.

4.9.2 Énergie éolienne

Elle représente une part négligeable de l'énergie mondiale. Les raisons en sont nombreuses. Par exemple, en France :

“Il est demandé aux promoteurs des parcs éoliens de déposer le montant du coût de la déconstruction des machines sur un compte bloqué. C'est une disposition unique qui ne s'applique qu'à l'éolien.” (Ollivier, 2006, p. 22)

Mais l'éolien est une énergie d'avenir car il présente de nombreux avantages : production renouvelable, locale, sans effet de serre, machine facilement démontable. . . L'éolienne de la figure 4.6 se trouve au Mont Soleil, en Suisse, dans le Jura. Cette énergie se développe fortement aujourd'hui. Elle représentait en 1985 un réacteur nucléaire, en 2002 plus de vingt (Reeves et Lenoir, 2003, p. 91.) et en 2005 plus de 50. Des projections estiment que cela représentera plus de 200 centrales nucléaires en 2010.

L'origine de cette énergie est encore une fois le soleil qui, en chauffant l'air au-dessus des océans, crée les déplacements de masses atmosphériques responsables des vents.

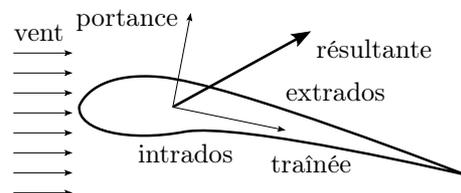
Le principe de fonctionnement d'une éolienne semble évident. Pourtant, il est très complexe. Faisant appel à des notions de dynamique des fluides, il n'est pas question de l'aborder en détail ici. Pourtant on peut dire, en substance, qu'une pale d'une éolienne se comporte comme une aile d'avion. Il se crée autour d'elle un écoulement de l'air qui aboutit à une diminution de la pression sur l'extrados, la partie supérieure de l'aile, et une augmentation sur l'intrados, la partie inférieure. Le résultat est qu'une force, de portance dans le cas d'un avion ou de traction dans le cas d'une éolienne, apparaît comme le montre la figure 4.7.

Encore une fois, l'écoulement de l'air autour d'une pale d'éolienne est très complexe, d'autant

FIGURE 4.6 – *Éolienne*
L'énergie paisible



FIGURE 4.7 – *Pale d'éolienne*
Portance et traînée d'une aile



plus que la vitesse de l'air augmente à mesure qu'on s'approche de son extrémité. En effet, la vitesse à l'extrémité d'une pale de 30 m tournant à 30 trs/min ($T = 2$ s/trs) vaut :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 30}{2} = 94 \text{ m/s} = 339 \text{ km/h}$$

Alors qu'à 4 m de l'axe, elle vaut :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{2} = 13 \text{ m/s} = 45 \text{ km/h}$$

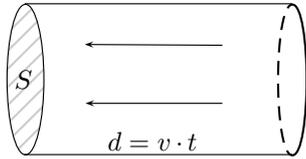
Mais le résultat d'un calcul très simplifié permet une première évaluation de la puissance maximale que peut fournir une éolienne. Il est connu sous le

nom de règle de Betz. Même s'il est approximatif, il est intéressant. Sa démonstration est donné à l'annexe K.3.1.

On peut estimer la puissance du vent en calculant l'énergie cinétique d'un cylindre d'air de surface à la base S et de hauteur d , comme présenté à la figure 4.8. Sa base correspondant à la surface balayée par les pales de l'éolienne, il constitue une masse m qui traverse l'éolienne à la vitesse v .

FIGURE 4.8 – Tube de vent

La puissance du vent



Le volume d'air V qui traverse la surface S en un temps t donné est :

$$V = S \cdot d = S \cdot v \cdot t$$

Or, la définition de la masse volumique permet d'écrire :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot v \cdot t$$

Ainsi, le débit vaut :

$$D = \frac{m}{t} = \frac{\rho \cdot V}{t} = \frac{\rho \cdot S \cdot v \cdot t}{t} = \rho \cdot S \cdot v$$

Par définition de la puissance, on a alors :

$$\begin{aligned} P_{vent} &= \frac{E_{cin}}{t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{t} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v \cdot v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v^3 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Par ailleurs, voir l'annexe K.3.1, en supposant que l'éolienne prenne une partie ΔP de cette énergie avec pour conséquence une diminution de la vitesse v_{av} en aval de l'hélice par rapport à celle v_{am} en amont, on montre que :

$$\Delta P = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot (v_{am}^2 - v_{av}^2)(v_{am} + v_{av})$$

Par dérivation de ΔP en fonction de v_{av} , on trouve la vitesse en aval qui donne le maximum de puissance à l'éolienne :

$$v_{av} = \frac{1}{3} \cdot v_{am} = \frac{1}{3} \cdot v \quad (4.11)$$

Et on peut calculer la puissance maximale que l'éolienne peut tirer du vent :

$$\Delta P = \frac{16}{27} \cdot P_{vent} \quad (4.12)$$

Ce qui représente pratiquement 60% de la vitesse du vent et constitue la limite de Betz.

Finalement, mentionnons que l'énergie grise nécessaire à la fabrication et à l'installation des éoliennes représente moins d'une année de leur production. Pour des machines exploitées au minimum vingt ans cela représente un maximum de 5% d'énergie grise.

4.9.3 Énergie solaire

Une bonne compréhension des phénomènes physiques permettant de produire de l'énergie à partir du rayonnement solaire dépasse totalement le cadre de ce cours. Notamment, elle nécessiterait une étude des propriétés du rayonnement électromagnétique, de ses relations avec la matière (absorption, émission et effet photoélectrique), de son rôle dans l'effet de serre ou dans la production d'électrons par les matières photoélectriques. Elle nécessite aussi des connaissances dans le domaine de l'optique réflective, dans le domaine de la thermodynamique (conduction, convection...), etc.

Énergie solaire thermique

L'énergie solaire thermique est très prometteuse. En effet, elle est très simple à réaliser, d'un coût très modeste, totalement non polluante, sans rejet de gaz à effet de serre, elle se branche facilement sur une autre installation de chauffage. Elle est essentiellement utilisée dans deux cas :

1. la production d'eau chaude sanitaire (ECS) et
2. pour le chauffage.

Étant donné les variations naturelles d'ensoleillement, la production d'eau chaude à l'aide d'énergie solaire thermique n'est pas toujours suffisante. Il

faut donc un chauffage d'appoint (bois, gaz naturel, combustion des ordures, ... éventuellement pétrole). Pour donner un ordre de grandeur, on considère que 60% de l'eau chaude sanitaire d'une maison individuelle comprenant une famille de deux adultes et trois enfants est couverte avec 5 à 8 m² de panneaux solaires.

Le principe de fonctionnement est en substance le suivant. L'énergie solaire parvient jusqu'à la Terre sous la forme de rayonnement visible. Ce rayonnement chauffe la matière sur laquelle il arrive jusqu'à ce qu'elle réémette sous la forme de rayonnement infrarouge la même quantité d'énergie qu'elle reçoit. Il se produit alors un équilibre thermique.

En plaçant un vitrage au-dessus de la surface, on empêche alors le rayonnement infrarouge réémis par la matière de se perdre. Il est redirigé vers elle par le vitrage et sert ainsi à élever encore la température.

Les cellules solaires thermiques se composent donc d'un vitrage et d'une couche d'air au-dessus d'un matériau thermiquement absorbant généralement noir qui recouvre des tubes dans lesquels circule le fluide calorporteur (souvent de l'eau avec un antigel) qui va transporter la chaleur au "boiler", un récipient d'eau chaude. Celui-ci fait office de dispositif de stockage et est donc parfaitement isolé thermiquement. C'est lui qui va délivrer l'eau chaude sanitaire pour les robinets, la douche, la machine à laver, etc. Évidemment, on peut aussi relier le "boiler" à un système de chauffage de la maison (radiateurs, chauffage au sol, etc). La figure 4.9 présente schématiquement la situation.

Ce qui va nous intéresser ici plus particulièrement est l'aspect énergétique de ce type de production. Il faut tout d'abord savoir qu'après avoir traversé l'atmosphère, la lumière solaire parvenant au sol représente en moyenne une puissance de 185 W/m² (compte tenu de l'alternance jour-nuit et des conditions météorologiques). Pour l'ensemble de l'Europe du Nord, elle représente une puissance moyenne d'environ 100 W/m². Bien entendu, elle est fonction du lieu géographique et plus particulièrement de la latitude. Par exemple, pour la France, le rayonnement moyen par année représente une énergie de 1400 kWh/m², soit une puissance de :

$$P = \frac{E}{t} = \frac{1400 \cdot 10^3}{365 \cdot 24} = 160 \text{ W/m}^2 \quad (4.13)$$

En raison des pertes, les capteurs solaires ne peuvent tirer qu'une partie de cette puissance. Celle-ci est déterminée par le rendement optique qui caractérise la puissance lumineuse récupérée par le capteur et par les pertes thermiques. Or, ces dernières varient en fonction de la différence de température entre le fluide qui circule dans les capteurs et la température extérieure. Si on note :

- P la puissance par unité de surface incidente sur le capteur,
- S la surface totale des capteurs,
- B le rendement optique,
- K le coefficient des pertes du capteur,
- T_i la température à l'intérieur du capteur et
- T_e la température à l'extérieur,

la puissance utile ΔP est alors donnée par :

$$\Delta P = S \cdot (B \cdot P - K \cdot (T_i - T_e)) \quad (4.14)$$

Typiquement, on a un coefficient B compris entre 0,7 et 0,8 pour des capteurs plans, un coefficient K entre 1 et 5 W/(m²°C), T_i de l'ordre de 45 °C et T_e de 20 °C. Ainsi, pour la France, on a en moyenne pour un mètre carré :

$$\Delta P = 0,8 \cdot 160 - 3 \cdot (45 - 20) = 53 \text{ W}$$

Ce qui en terme de production énergétique annuelle correspond à :

$$E = P \cdot t = 0,053 \cdot 365 \cdot 24 = 464 \text{ kWh/m}^2$$

Ainsi, une installation de 5 m² de surface permet d'obtenir une production d'énergie annuelle $E = 5 \cdot 464 = 2'320$ kWh/an. Évidemment, il s'agit d'un ordre de grandeur, car le problème est en réalité très complexe. Beaucoup d'autres paramètres, comme l'orientation et le type des capteurs, le système de stockage de l'énergie. ... interviennent aussi et, généralement, on utilise des logiciels de dimensionnement qui les prennent en compte afin de déterminer correctement les besoins.

Relevons enfin de nouvelles dispositions en faveur du solaire thermique. Comme dans le cas de la ville de Barcelone qui impose à toute nouvelle construction ou pour les bâtiments réhabilités que la consommation d'eau chaude sanitaire soit couverte au minimum à 60% par du solaire thermique. Cette législation a déjà créé beaucoup d'emplois localement pour subvenir aux besoins.

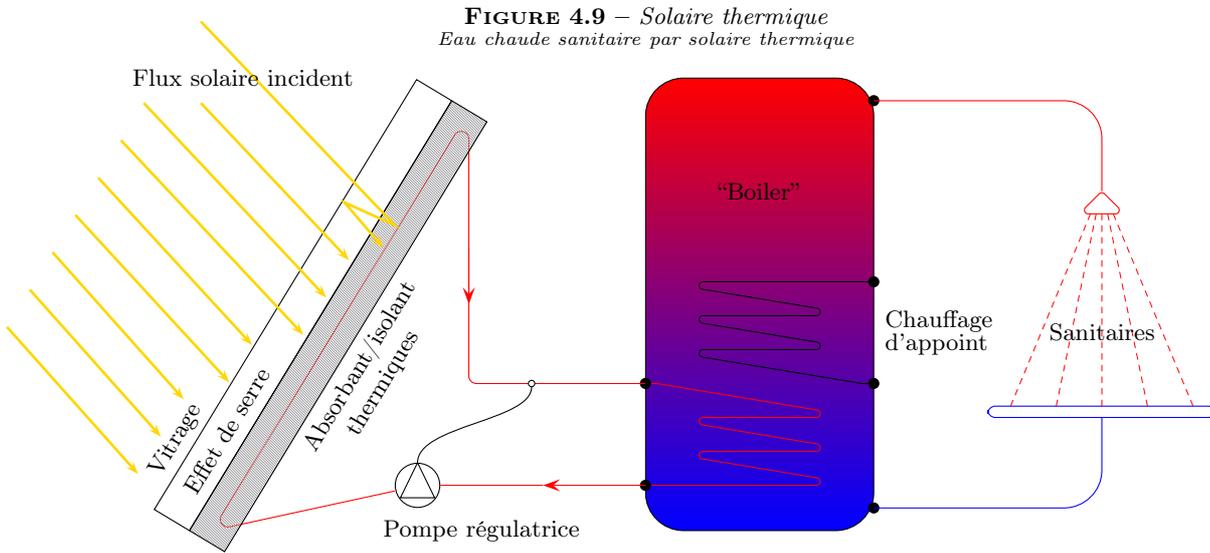


FIGURE 4.9 – Solaire thermique
Eau chaude sanitaire par solaire thermique

FIGURE 4.10 – Effet photoélectrique
Ou effet photovoltaïque⁷²

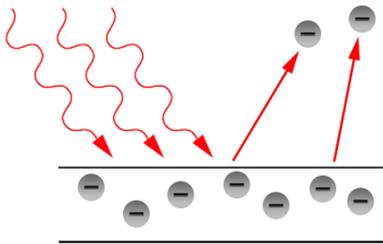
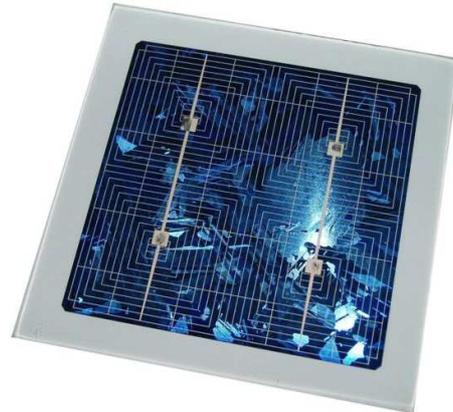


FIGURE 4.11 – Cellule photoélectrique
Ou cellule photovoltaïque⁷⁴



Énergie solaire électrique

Le principe de base est celui découvert par Heinrich Rudolf Hertz en 1887 et expliqué par Albert Einstein en 1905 : l'effet photoélectrique. Sans vouloir tenter ici l'explication d'un phénomène complexe touchant à la lumière et à l'électricité, on peut dire simplement que certaines matières émettent spontanément des électrons, et donc un courant électrique, quand elles sont soumises à de la lumière (voir figure 4.10).

Le rendement courant des cellules photoélectriques (voir figure 4.11) actuelles se situe entre 10 et 20% de la puissance solaire incidente (silicium polycristallin : ~13% et monocristallin : ~17%).

Ainsi, la puissance développée par de telles cellules se situe-t-elle, pour une puissance incidente de 160 W/m^2 (voir l'équation 4.13), aux alentours des 20 W/m^2 . Sachant que la consommation électrique annuelle d'une famille de cinq personnes en Europe est d'environ 2'000 kWh, la puissance nécessaire est de :

$$P = \frac{E}{t} = \frac{2'000 \cdot 10^3}{365 \cdot 24} = 228 \text{ W}$$

Ce qui représente plus de 10m^2 de surface et est important. On peut raisonnablement penser que la moitié de celle-ci peut être installée sur une habi-

tation de particulier. Le rendement est donc deux fois trop faible. De nouvelles générations de cellules sont donc nécessaires. Elles existent déjà et des rendements supérieurs à 30% ont été obtenus en laboratoire, mais pas encore en production.

Deux autres points doivent aussi être abordés. Celui de l'énergie "grise" nécessaire pour la construction des cellules et celui de leur recyclage. En effet, une idée fautive court à propos de l'énergie solaire électrique. Il s'agit du fait que les cellules nécessiteraient plus d'énergie pour être produites qu'elles ne sont capables d'en fournir. Or, l'énergie nécessaire⁷⁵ pour fabriquer et installer les cellules est de l'ordre de $E_{fab} = 420 \text{ kWh/m}^2$. Avec une puissance de l'ordre de 20 W/m^2 , qui représente une énergie $E = 20 \cdot 24 \cdot 365 = 175,2 \text{ kWh/an}$, il faut :

$$n = \frac{420}{175,2} = 2,4 \text{ ans}$$

pour que la cellule ait produit l'équivalent de ce que sa production a nécessité. Sur une durée de fonctionnement entre vingt et trente ans, le bilan énergétique est très favorable⁷⁶. En effet, pour vingt ans d'utilisation, l'énergie produite est :

$$E = 20 \cdot 20 \cdot 24 \cdot 365 = 3'504 \text{ kWh}$$

L'énergie nécessaire à la fabrication est donc de l'ordre de 12% de l'énergie totale produite sur vingt ans, ce qui constitue une durée minimum d'exploitation.

De plus, l'énergie produite par une installation solaire électrique est propre : il n'y a pas d'émission de gaz à effet de serre et aucun déchet puisque les anciens panneaux sont recyclables.

4.9.4 Énergie géothermique

Plus on s'enfonce dans la croûte terrestre, plus la température augmente. L'ordre de grandeur de l'élévation de température par 100 mètres de profondeur varie entre 3, dans les régions sédimentaires, et 30°C , dans les régions volcaniques.

On distingue essentiellement deux types de géothermie, exception faite de la géothermie de surface représentée par les pompes à chaleur :

la géothermie à haute énergie, qui exploite des sources très chaudes, supérieures à $100 - 150^\circ \text{C}$, grâce à des forages très profonds

dans lesquels de l'eau sous pression est injectée. Elle permet d'utiliser de la vapeur d'eau sous pression pour faire tourner une turbine productrice d'électricité.

la géothermie à basse énergie, qui exploite des sources d'une température variant entre 30 et 100°C , à des profondeurs allant de quelques centaines de mètres à plusieurs kilomètres. Elle sert essentiellement aux réseaux de chauffages urbains.

Différentes applications peuvent être envisagées industriellement. Elle sont présentées dans le tableau 4.12.

Malgré tous les atouts de la géothermie, c'est une énergie encore relativement peu exploitée. Même si elle permet une production continue d'énergie, elle peut aussi parfois mener à des séismes, comme ce fut le cas à Bâle, en Suisse, où des tests de production d'énergie géothermique ont mené à des secousses assez importantes pour arrêter l'expérience.

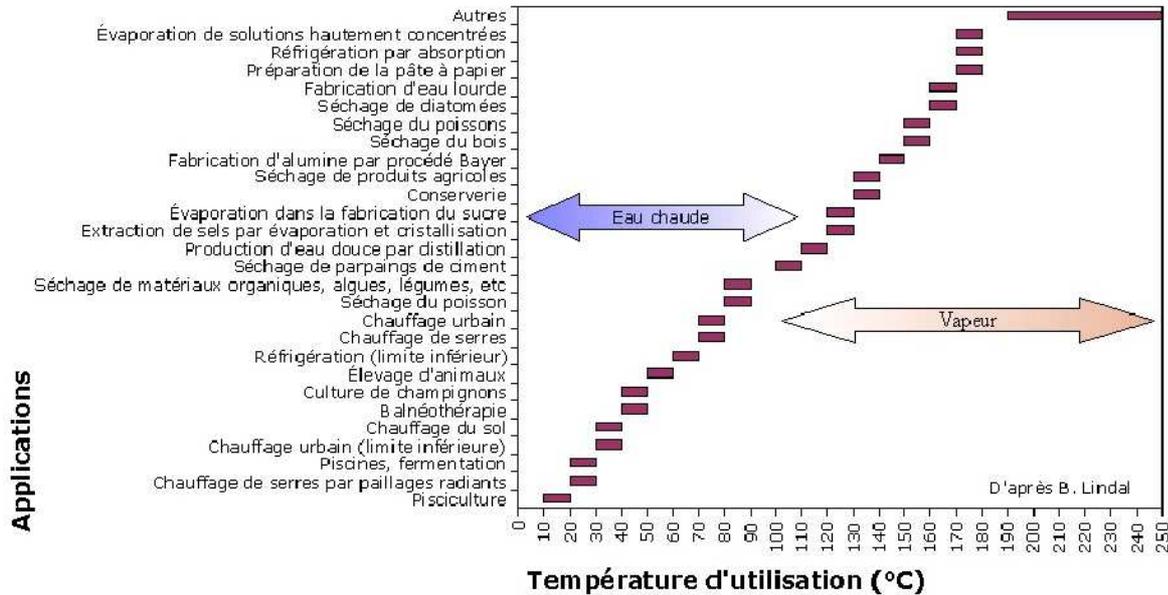
En Suisse, la puissance installée est de 525 MW . La centrale géothermique de Riehen, près de Bâle, produit $22,8 \text{ GWh}$. Elle est brièvement décrite à l'annexe K.4.

4.10 Énergies non renouvelables

Les sources d'énergie non renouvelables produisent aujourd'hui une partie importante de l'énergie mondiale. Les prix associés à cette énergie sont bas, car il ne prennent pas en compte le coût de leur impact sur l'environnement comme les coûts des marées noires, des accidents nucléaires, du traitement des déchets radioactifs, de la pollution atmosphérique associée aux transports, etc. Il semble aujourd'hui évident que ces types d'énergies ne sont pas appropriés à la pérennité de l'humanité.

Cependant, aujourd'hui, on ne peut les passer sous silence tant ils sont présents et... dangereux. L'exposé qui va en être fait ici a pour but d'en donner le principe et de présenter les problèmes qu'ils posent.

FIGURE 4.12 – Applications de la géothermie
Selon Lindal⁷⁸



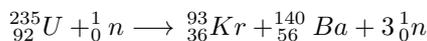
4.10.1 Énergie nucléaire

Fission

Elle représente 6% de la production mondiale (Reeves et Lenoir, 2003, p. 67.).

L'idée est relativement simple. Pour construire des atomes lourds, il est nécessaire de fournir de l'énergie pour vaincre la répulsion électrostatique des protons à l'intérieur du noyau de l'atome. Cette énergie est en quelque sorte stockée dans les liaisons créées par la force forte entre nucléons du noyau. Elle se présente sous la forme d'un défaut de masse qui existe entre les éléments du noyau pris séparément et le noyau constitué. Ce défaut de masse constitue une énergie récupérable à la séparation des éléments : la fission du noyau père. En effet, passé une certaine distance, la répulsion électrostatique devient plus importante que la force forte et la fission transmet aux noyaux fils une importante énergie cinétique qui peut être récupérée par collision avec les atomes de la matière.

Dans le cas de l'uranium, la réaction est la suivante (voir figure 4.13) :

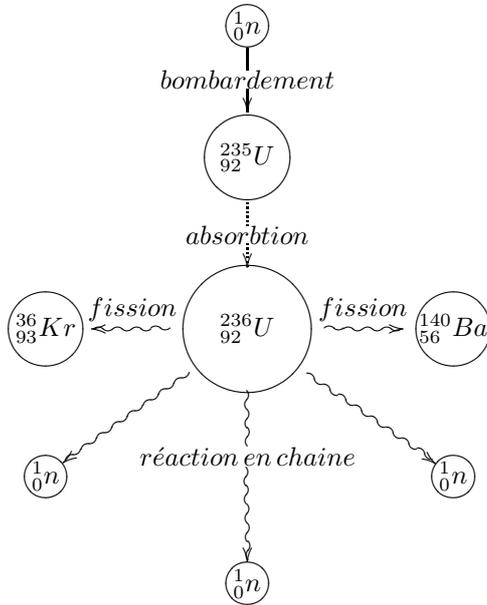


Pratiquement 81,5% de l'énergie est transmise aux éléments fils de la fission (le *Kr* et le *Ba*), soit 166 MeV. Le reste se retrouve dans les autres sous-produits.

On voit qu'il est nécessaire de disposer d'un neutron pour casser le noyau d'uranium. Mais on voit aussi que la fission produit trois neutrons. Pour obtenir beaucoup d'énergie, il faut briser beaucoup de noyaux et pour cela créer une réaction en chaîne, c'est-à-dire utiliser les trois neutrons produits pour casser d'autres noyaux. Évidemment, plus grande sera la masse d'uranium, plus la réaction en chaîne sera importante. Il existe même une masse critique à partir de laquelle la réaction en chaîne persiste. Le problème est que cette réaction en chaîne peut s'emballer. Il faut donc la contrôler en insérant au milieu de la matière fissile des barres de contrôle contenant un matériau qui absorbe les neutrons (bore ou cadmium). Le contrôle se fait alors par insertion ou retrait des barres (voir figure 4.14).

La matière fissile chauffe donc simplement un fluide calorporteur qui se transforme en vapeur et fait tourner une turbine productrice d'électricité. Il est naturellement nécessaire d'avoir une source froide pour condenser la vapeur. On utilise l'eau

FIGURE 4.13 – Fission de l'uranium



des rivières et des tours de refroidissement. La vapeur est refroidie dans ces dernières par un courant d'air ascendant qui en emporte une petite partie. C'est pourquoi on voit un panache au sommet de ces tours.

D'autre part, il est évidemment impossible de passer sous silence les gros problèmes liés aux déchets fortement radioactifs ainsi que les risques d'accidents majeurs liés aux centrales nucléaires, comme celui de Tchernobyl. Nous allons rapidement aborder aussi objectivement que possible ces deux points.

Déchets radioactifs Les produits de la fission sont radioactifs. Ils émettent des rayons β^- , c'est-à-dire des électrons. Le processus de radioactivité est dû à la force faible (voir paragraphe 1.2.7), qui est une force fondamentale. La matière qui constitue ce type de déchets obéit à une loi de décroissance radioactive très précise. On parle de demi-vie d'un élément pour quantifier le temps qu'il met pour que son activité, c'est-à-dire le nombre de désintégrations par seconde qu'il produit, diminue de moitié. Deux grandeurs sont donc importantes : l'activité et

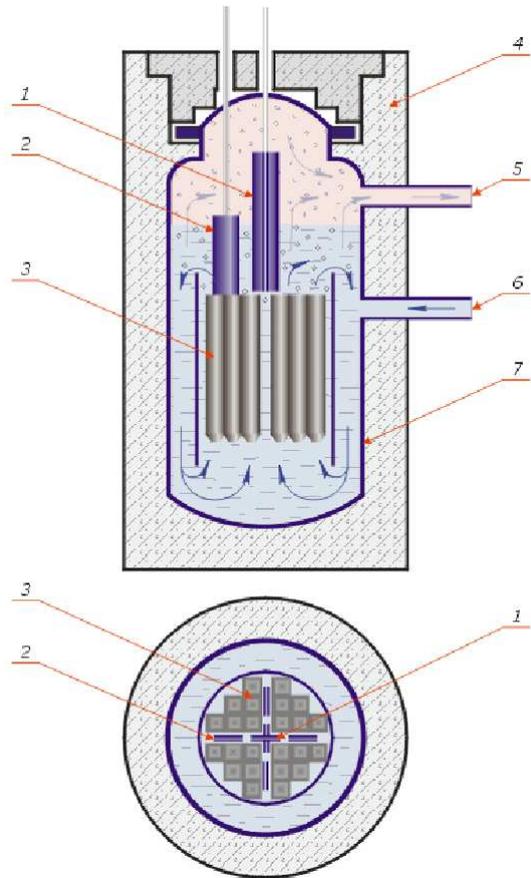


FIGURE 4.14 – Réacteur nucléaire

Réacteur à eau bouillante⁷⁹

1. Barre d'arrêt d'urgence.
2. Barre de contrôle.
3. Assemblage combustible.
4. Protection biologique.
5. Sortie de la vapeur.
6. Entrée de l'eau.
7. Protection thermique.

la demi-vie.

Les déchets véritablement dangereux sont évidemment les déchets de grande activité et de demi-vie longue^a. Ces déchets ont des demi-vies de plusieurs centaines de milliers d'années, voire de mil-

a. Comme l'activité croît comme l'inverse de la demi-vie, les déchets de demi-vie longue ont une activité relativement faible, mais pas négligeable pour autant. Cela dit, les déchets vraiment dangereux sont donc ceux de grande activité et de demi-vie assez longue.

lions d'années. Le seul moyen d'arrêter le processus de désintégration radioactive serait de transmuter les déchets en d'autres éléments moins radioactifs et de demi-vie plus courte. L'idée est de bombarder ces déchets de neutrons pour les amener à se transformer en d'autres éléments. Mais, de l'aveu même des partisans du nucléaire, cela peut produire d'autres éléments à demi-vie longue qui pourraient annuler le bénéfice de l'opération. Clairement, la technologie n'est pas maîtrisée, malgré le temps et les sommes importantes investies. Par ailleurs, le coût d'un tel programme de transmutation serait prohibitif.

Accidents nucléaires On ne mentionnera ici que le plus important accident survenu en 1986 à la centrale nucléaire de Tchernobyl.

L'accident s'explique assez simplement, suite à une série d'erreurs des techniciens de la centrale, par un échauffement accidentel du coeur du réacteur qui se met à fondre. La chaleur libérée permet une radiolyse de l'eau, le fluide destiné à transporter la chaleur, et la recombinaison de l'hydrogène et de l'oxygène produit des explosions qui éjectent les barres de contrôle. Cela amène le coeur à exploser et projette dans l'atmosphère une grande quantité d'éléments radioactifs.

Sans entrer plus dans les détails, on peut remarquer qu'il a été dit avant l'accident qu'une centrale ne pouvait exploser, au contraire d'une bombe atomique. C'est pourtant ce qui s'est passé à Tchernobyl. Les différentes zones touchées représentent plusieurs dizaines de milliers de personnes, au bas mot. Le nombre reconnu de morts suite à cet accident varie de quelques dizaines de personnes selon l'Organisation Mondiale de la Santé (de concert avec l'Agence Internationale pour l'Énergie Atomique avec laquelle elle a passé un accord d'intérêts!) à plusieurs dizaines de milliers de personnes, voire beaucoup plus, selon des sources non-gouvernementales. Enfin, il faut mentionner que la zone contaminée, vaste et mal déterminée, est désormais interdite pour des centaines d'années.

Fusion

Il convient ici de mentionner rapidement une source très hypothétique d'énergie. Il s'agit de l'énergie disponible par la fusion d'éléments comme

le deutérium et le tritium selon la réaction :



Le problème est que les noyaux de deutérium et de tritium se repoussent fortement en raison de la présence de leurs protons. Il est donc d'abord nécessaire de les faire se rencontrer à l'aide de lasers très puissants. Puis, il faut confiner la réaction à l'aide de forts champs magnétiques par exemple, pour pouvoir l'exploiter. Cela fait plusieurs dizaines d'années que les physiciens envisagent l'avènement de cette énergie comparable, selon eux, à celle produite au centre du soleil. Mais tous ne pensent pas ainsi :

“De tous côtés, y compris chez les physiciens, on entend dire que les scientifiques vont ainsi reproduire sur Terre les réactions existant à l'intérieur du Soleil. C'est faux! S'il est vrai que l'énergie solaire vient de réactions de fusion se produisant dans ses régions centrales, il s'agit de réactions très différentes [...] Et pour cause : la première réaction solaire se produit très, très lentement. Il faut attendre plus de dix milliards d'années pour que la fusion de l'hydrogène s'accomplisse intégralement dans le Soleil. On n'imagine pas un [réacteur terrestre] demandant de telles échelles de temps pour produire son énergie.”

(Vauclair, 2006, pp. 154,155)

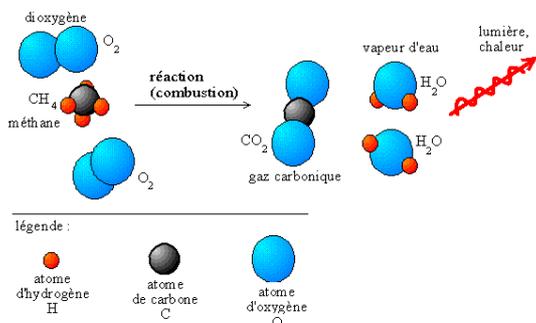
Et il faut bien reconnaître qu'à part dans les bombes à hydrogène (bombes H) jamais l'homme n'est parvenu à produire de l'énergie par fusion.

4.10.2 Énergie de combustion : pétrole et gaz

Elle représente 74% de la production mondiale (Reeves et Lenoir, 2003, p. 67.).

Ce n'est pas ici le lieu d'expliquer la combustion chimique du fioul (mazout) qui est la principale source de chauffage des bâtiments dans le monde. Il faut cependant évoquer les deux problèmes principaux de ces deux types d'énergie : le pétrole et le gaz naturel. Ce sont des énergies hautement polluantes et non-renouvelables. La figure 4.15 présente la combustion du méthane.

FIGURE 4.15 – Combustion du méthane
Gaz naturel⁸¹



On remarque qu'en présence d'oxygène la molécule de méthane (CH_4) brûle pour donner de la vapeur d'eau, du gaz carbonique et de la chaleur. Évidemment le problème de pollution vient du gaz carbonique qui est un gaz à effet de serre. Rejeté dans l'atmosphère en grande quantité, il réagit comme un vitrage de cellules solaires thermiques. Le flux solaire incident (essentiellement du visible) le traverse, parvient à la Terre qu'il chauffe. Celle-ci renvoie une partie de cette énergie sous forme de rayonnement infrarouge qui, sans gaz à effet de serre, se disperse dans l'espace. En présence de gaz à effet de serre, il est réfléchi par l'atmosphère vers la Terre qu'il contribue ainsi à chauffer.

Il en est de même du chauffage au pétrole.

On connaît les problèmes liés à de telles énergies qu'il faut aller puiser en des endroits bien précis de la Terre. Ces énergies sont fortement localisées et en quantité limitée. Elles représentent donc des enjeux d'importance qui mènent à des affrontements diplomatico-militaires.

RÉSUMÉ DES GRANDEURS ET UNITÉS

Grandeur	Symbole	Unité
Travail	A ou W	J, cal, kWh
Puissance	P	W
Énergie potentielle	E_{pot}	J, cal, kWh
Énergie cinétique	E_{cin}	J, cal, kWh
Énergie mécanique	E_{mec}	J, cal, kWh
Énergie thermique	U	J, cal, kWh
Chaleur	Q	J, cal, kWh

RÉSUMÉ DES RELATIONS CONCERNANT L'ÉNERGIE

Définition des grandeurs	et	Relations particulières
$A = F \cdot d$ (4.15)		
$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ (4.16)		$P_{bar} = \eta \cdot Q \cdot g \cdot h$ (4.21)
$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (4.17)		$\Delta P_{éol} = \frac{16}{27} \cdot P_{vent}$ (4.22)
$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin}$ (4.18)		
$P = \frac{E}{t}$ (4.19)		
$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$ (4.20)		
Lois fondamentales		
	$\Delta E_{cin} = \sum A_{F^{ext}}$	(4.23)
	$\Delta E_{mec} = 0$	(4.24)
	$\Delta E_{mec} = A_{F_{diss}^{ext}}$	(4.25)
	$Q = \Delta U + A$	(4.26)

FIGURE 4.16 – Résumé de l'énergie

Chapitre 5

Thermodynamique

5.1 Introduction

LE BUT DE CE CHAPITRE est de parcourir quelques notions et domaines simples de la thermodynamique. Température et chaleur seront abordées avec l'objectif d'étudier la transmission de chaleur à travers divers matériaux de construction pour la maison. On verra aussi le principe de fonctionnement de quelques moteurs thermiques.

5.2 Température

La notion de température n'est pas facile. Même si chacun la conçoit aisément, elle fait référence à ce qui est froid et ce qui est chaud et par là à la notion de chaleur. Mais température et chaleur sont deux choses différentes qu'il faut bien distinguer. Nous allons nous intéresser aux deux. Commençons par la température.

5.2.1 Celsius

L'une des manières d'établir une mesure de température consiste à utiliser deux température clairement définies et à diviser l'intervalle qu'elles délimitent. Pour des raisons que nous verrons par la suite, la température de fusion de la glace et celle de vaporisation de l'eau sont relativement faciles à mesurer. Elles ont donc tout naturellement été choisies pour définir le *degré centigrade* ou *degré Celsius*, abrégé par °C. Un intervalle de 100 °C a été choisi entre ces deux mesures. Ainsi, dans cette unité, la glace fond à 0 °C et l'eau devient de la

vapeur à 100 °C.

Fusion de la glace \longleftrightarrow 0 °C

Vaporisation de l'eau \longleftrightarrow 100 °C

5.2.2 Fahrenheit

Une autre échelle, comportant 180 °F entre la fusion de la glace et la vaporisation de l'eau, pose une température de 32 °F à la fusion. Cette échelle est dite de Fahrenheit. On a donc :

Fusion de la glace \longleftrightarrow 32 °F

Vaporisation de l'eau \longleftrightarrow 212 °F

Cela montre que non seulement la définition du zéro de la température mais aussi celle de l'unité de température sont arbitraire.

Il existe bien entendu une correspondance entre les deux échelles qui est donnée par :

$$T_F = \frac{9}{5} \cdot T_C + 32$$

En effet, à la température $T_C = 0$ °C correspond une température $T_F = 32$ °F. De plus comme à un intervalle de température de 100 °C correspond 180 °F, le rapport d'intervalle de température est de $180/100 = 9/5$.

Les deux échelles de Celsius et de Fahrenheit reposent donc sur deux états particuliers de la matière. En réalité, il s'agit de transitions d'état. Pour la fusion de la glace, c'est la transformation de la glace en eau et pour la vaporisation, la transformation de l'eau en vapeur. Nous verrons par la suite que lors de ces changements d'état la température reste particulièrement constante.

5.2.3 Kelvin

L'unité de température du système international est le Kelvin dont le symbole est K. Il s'agit d'une unité basée sur la notion d'agitation moléculaire. Nous verrons dans le paragraphe suivant que la température est une mesure de l'agitation moléculaire. Celle-ci correspond elle-même à l'énergie cinétique moyenne des molécules. On peut donc imaginer une échelle de température dont le zéro corresponde à une agitation moléculaire nulle (pour autant que cela soit envisageable), c'est-à-dire à une énergie cinétique nulle. Cette échelle est celle du Kelvin. Son zéro, théorique, se situe à $-273,15\text{ }^\circ\text{C}$ et à un intervalle de température de 1 K correspond 1 $^\circ\text{C}$. Ainsi, $20\text{ }^\circ\text{C}$ correspondent à une température de 293.15 K.

5.2.4 Agitation moléculaire

Une manière étonnante de s'imaginer le monde qui nous entoure est de le considérer sous sa forme moléculaire. De notre point de vue macroscopique, tous les objets qui font partie de notre environnement sont solides et immobiles. Or, la température est intimement liée au mouvement des molécules ou autres atomes. Plus précisément, la température est une mesure de l'énergie cinétique moyenne des molécules ou atomes d'une matière. Pour un gaz comme l'air, par exemple, le lien entre l'énergie cinétique moyenne des molécules E_{cin} et la température T , exprimée en K, est obtenue grâce à la théorie cinétique des gaz parfaits et donnée par l'intermédiaire de la constante de Boltzmann $k = 1,381 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$:

$$\begin{aligned} E_{cin} &= \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \Rightarrow \\ v &= \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Il est donc possible de calculer la vitesse de translation moyenne des molécules d'air en connaissant leur masse. Or, comme l'air est composé essentiellement de molécules d'azote N_2 (à 76%) et d'oxygène O_2 (à 23%) dont les masses molaires sont respectivement de 28 g/mol et 32 g/mol, la masse de la molécule d'azote est de 28 uma et celle d'oxygène de 32 uma. L'unité de masse atomique ayant

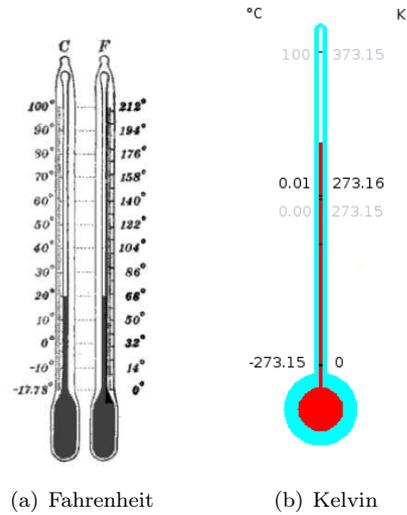


FIGURE 5.1 – Les échelles de température⁸³

pour valeur : $1\text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$, la masse d'une molécule d'azote est de $4,648 \cdot 10^{-26}\text{ kg}$ et celle de la molécule d'oxygène de $5,312 \cdot 10^{-26}\text{ kg}$. On peut ainsi se faire une idée de la vitesse moyenne des deux types de molécules dans de l'air à $20\text{ }^\circ\text{C}$, c'est à dire comme nous l'avons vu ci-dessus à 293,15 K, à l'aide de l'équation 5.1 :

$$\begin{aligned} v_{N_2} &= \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot 293,15}{4,648 \cdot 10^{-26}}} = 511\text{ m/s} = 1840\text{ km/h} \\ v_{O_2} &= \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot 293,15}{5,312 \cdot 10^{-26}}} = 478\text{ m/s} = 1721\text{ km/h} \end{aligned}$$

Ces vitesses sont considérables. L'image microscopique de notre environnement est donc plutôt celle d'un fatras de molécules et d'atomes se déplaçant à grande vitesse sur de courtes distances que celle du monde immobile tel que nous le voyons à échelle macroscopique.

5.3 Dilatation

La mesure de la température est pratiquement liée à celle de la dilatation de liquides comme l'alcool ou le mercure. En effet, c'est par l'intermédiaire de thermomètres utilisant un liquide qui se dilate dans un tube qu'on réalise, encore de nos jours, cette mesure.

Matière	Coefficient K ⁻¹
Aluminium	23,1 · 10 ⁻⁶
Béton	10 · 10 ⁻⁶
Cuivre	16,6 · 10 ⁻⁶
Fer	12 · 10 ⁻⁶
Verre	68 · 10 ⁻⁶

TABLE 5.1 – Coefficient de dilatation linéaire

Pour une matière solide ou liquide de longueur initiale L_0 soumise à une différence de température $\Delta\theta$, sa dilatation linéaire ΔL obéit à la loi phénoménologique suivante :

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta \quad (5.2)$$

où α est le coefficient de dilatation linéaire de la matière en question. Ses unités sont :

$$[\alpha] = \frac{[\Delta L]}{[L_0] \cdot [\Delta\theta]} = \text{°C}^{-1} = \text{K}^{-1}$$

On trouve dans la table 5.1 différents coefficient de dilatation linéaires.

Un exemple intéressant de dilatation linéaire est donnée par la détermination de l'espace entre chaque rail d'une voie de chemin de fer. La longueur d'un rail étant de 5 m environ et sa matière du fer, on peut calculer cet espace pour une variation de température de 50 °C par :

$$\Delta L = 5 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 3 \text{ mm}$$

Remarquons que le calcul donne la dilatation totale du rail. Il ne faut pas compter 3 mm de chaque côté du rail. La dilatation est comptée d'un seul côté, l'autre étant considéré comme fixe.

5.4 Chaleur

La chaleur est une notion souvent associée à la température. Il faut pourtant clairement les distinguer. Pour le comprendre, étudions les chaleurs spécifique et latente.

5.4.1 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique c d'une matière est l'énergie Q qu'il faut fournir à 1 kg de celle-ci pour en élever

la température de 1 °C. En d'autres termes, on a :

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta}$$

Autrement dit, pour élever la température d'un corps d'une masse m d'une température $\Delta\theta$, il faut lui fournir une quantité de chaleur Q donnée par :

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \quad (5.3)$$

Prenons comme exemple une masse de 2 kg de glace dont on veut élever la température de -10 °C à -5 °C. Quelle est la chaleur nécessaire ?

On trouve la chaleur spécifique de la glace dans la table 5.2.

TABLE 5.2 – Chaleur spécifique

Matière	c J/kg°C
Alcool	2,46 · 10 ³
Eau	4,18 · 10 ³
Glace	2,06 · 10 ³
Glycérine	2,4 · 10 ³
Mercure	0,14 · 10 ³

Celle-ci nous permet de calculer la chaleur nécessaire par l'équation :

$$Q = 2 \cdot 2,06 \cdot 10^3 \cdot (-5 - (-10)) = 20'600 \text{ J}$$

On voit que la chaleur nécessaire est positive. Cela signifie qu'on doit en fournir à la glace.

Comme autre exemple, considérons qu'on fournit 10'000 J à 3 kg d'eau à une température de 20 °C. On peut alors calculer la température à laquelle elle parvient après chauffage par :

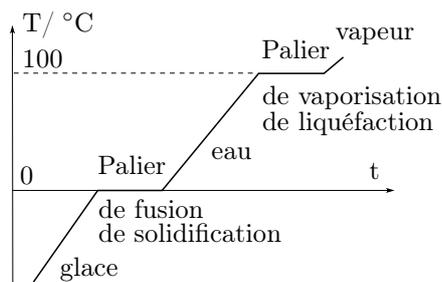
$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c_{eau} \cdot (T_f - T_i) \Rightarrow \\ T_f &= \frac{Q}{m \cdot c_{eau}} + T_i \\ &= \frac{10'000}{3 \cdot 4,18 \cdot 10^3} + 20 = 20,8 \text{ °C} \end{aligned}$$

5.4.2 Chaleur latente

Il arrive parfois qu'en fournissant de la chaleur à un corps on n'élève pas sa température. C'est le cas pour la glace qui se trouve à 0 °C. Alors, ce corps

se transforme, il change d'état. Pour la glace, elle fond. L'eau passe de l'état solide à l'état liquide. De manière générale, lors de transition d'état, la température ne varie pas. Par exemple, quand de l'eau passe de l'état liquide à l'état gazeux, une transition d'état qu'on appelle *vaporisation*, sa température ne change pas. Temporellement, quand on chauffe de la glace à une température inférieure à 0 °C, celle-ci augmente progressivement jusqu'à 0 °C, puis s'arrête le temps que toute la glace devienne de l'eau, puis la température de l'eau augmente progressivement jusqu'à 100 °C, s'arrête le temps que toute l'eau devienne de la vapeur dont la température continue alors d'augmenter. L'élévation de température au cours du temps prend donc la forme présentés sur le graphe de la figure 5.2.

FIGURE 5.2 – Changements d'états



On y distingue des paliers pendant lesquels la température reste constante. Il s'agit du *palier de fusion* de la glace ou du *palier de solidification* de l'eau et du *palier de vaporisation* de l'eau ou du *palier de liquéfaction* de la vapeur.

Notons que ce sont ces paliers qui ont servi à définir l'échelle de température de Celsius.

La chaleur latente L nécessaire à faire passer un kilogramme d'une matière donnée d'un état à l'autre est donnée par la *chaleur latente*. Elle s'exprime par :

$$L = \frac{Q}{m}$$

Autrement dit, pour changer l'état d'un corps d'une masse m , il faut lui fournir une quantité de chaleur Q donnée par :

$$\boxed{Q = m \cdot L} \quad (5.4)$$

Évidemment, la chaleur latente est différente pour chaque transformation d'état. On trouve dans le

tableau 5.3 les chaleurs latentes de quelques matières pour chaque changement d'état. Les chaleurs latentes sont données positivement. Elles correspondent donc à un changement d'état qui nécessite un apport de chaleur au système pour se réaliser. Pour le changement d'état inverse, il suffit d'affecter à la chaleur latente un signe négatif. Pour l'eau, par exemple, la chaleur latente de fusion est de $3,3 \cdot 10^5$ J/kg. La chaleur latente de solidification est donc de $-3,3 \cdot 10^5$ J/kg.

TABLE 5.3 – Chaleur latente

Matière	L_{fusion} J/kg	$L_{\text{vaporisation}}$ J/kg
Eau	$3,3 \cdot 10^5$	$23 \cdot 10^5$
Mercure	$0,11 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$
Oxygène	$0,14 \cdot 10^5$	$2,13 \cdot 10^5$

Par exemple, on peut calculer la chaleur nécessaire à transformer 3 kg de glace en eau ainsi :

$$Q = m \cdot L_f = 3 \cdot 3,3 \cdot 10^5 = 990'000 \text{ J}$$

De la même manière, en fournissant une chaleur de 100'000 J à de l'eau à 100 °C, la quantité d'eau qui va passer de l'état liquide à l'état gazeux est donnée par :

$$Q = m \cdot L_v \Rightarrow m = \frac{Q}{L_v}$$

$$m = \frac{100'000}{23 \cdot 10^5} = 0,0435 \text{ kg} = 43,5 \text{ g}$$

5.5 Énergie thermique

Il s'agit ici de présenter ici le plus simplement possible la relation qui existe entre les concepts de travail, d'énergie interne et de chaleur. Nous avons déjà vu ce qu'est le travail. L'énergie interne est constituée, quant à elle, de la somme des énergie potentielles et cinétiques d'un corps constitué de plusieurs éléments. L'énergie potentielle représente ici l'énergie liée aux forces qui s'exercent entre les éléments du corps et l'énergie cinétique est celle qui est liée à l'agitation de ces éléments dont une bonne mesure est donnée par la température. La chaleur quant à elle s'entend comme de l'énergie qui transite d'un corps à l'autre.

Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832)

Nicolas Léonard Sadi Carnot ne publia qu'un seul livre, oeuvre de sa vie : "*Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*" (Paris, 1824).

Il est l'un des fondateurs de la thermodynamique, science des phénomènes thermiques. Il développa l'idée d'un moteur idéal d'un rendement maximum indépassable. Il est en effet impossible de transformer intégralement la chaleur provenant d'une source chaude fournie à un moteur thermique en travail mécanique. Nécessairement, une partie de cette chaleur est rejetée vers une source froide.

Il ébaucha la première loi de la thermodynamique en tentant de trouver un lien entre travail et chaleur.

Évidemment, une révolution motrice fut engagée avec Carnot et les machines à vapeur, révolution qui fut à l'origine de la société thermo-industrielle.

Nicolas Léonard Sadi Carnot en uniforme de polytechnicien peint par Louis Léopold Boilly, tiré de Wikipedia⁸⁴



Les gaz ont des propriétés étonnantes qui en permettent une utilisation particulièrement adaptée aux moteurs thermiques. Sans donner ici la loi des gaz parfaits qui traduit ces propriétés, on peut présenter rapidement le *premier principe* de la thermodynamique qui règle le fonctionnement de ces moteurs.

5.5.1 Premier principe

Lorsqu'on chauffe un gaz contenu dans un récipient muni d'un piston, la chaleur Q transférée à ce gaz peut produire deux effets : une augmentation de son énergie interne ΔU , c'est-à-dire de sa température et/ou une variation de son volume impliquant un travail A du piston.

Le premier principe de la thermodynamique dit en effet que :

$$\boxed{Q = \Delta U + A} \quad (5.5)$$

Ce principe est à la base de la construction de moteurs thermiques auxquels on fournit de la chaleur Q pour la transformer en partie en travail mécanique A . Mais cela dépasse le cadre de cette partie d'introduction à la thermodynamique.

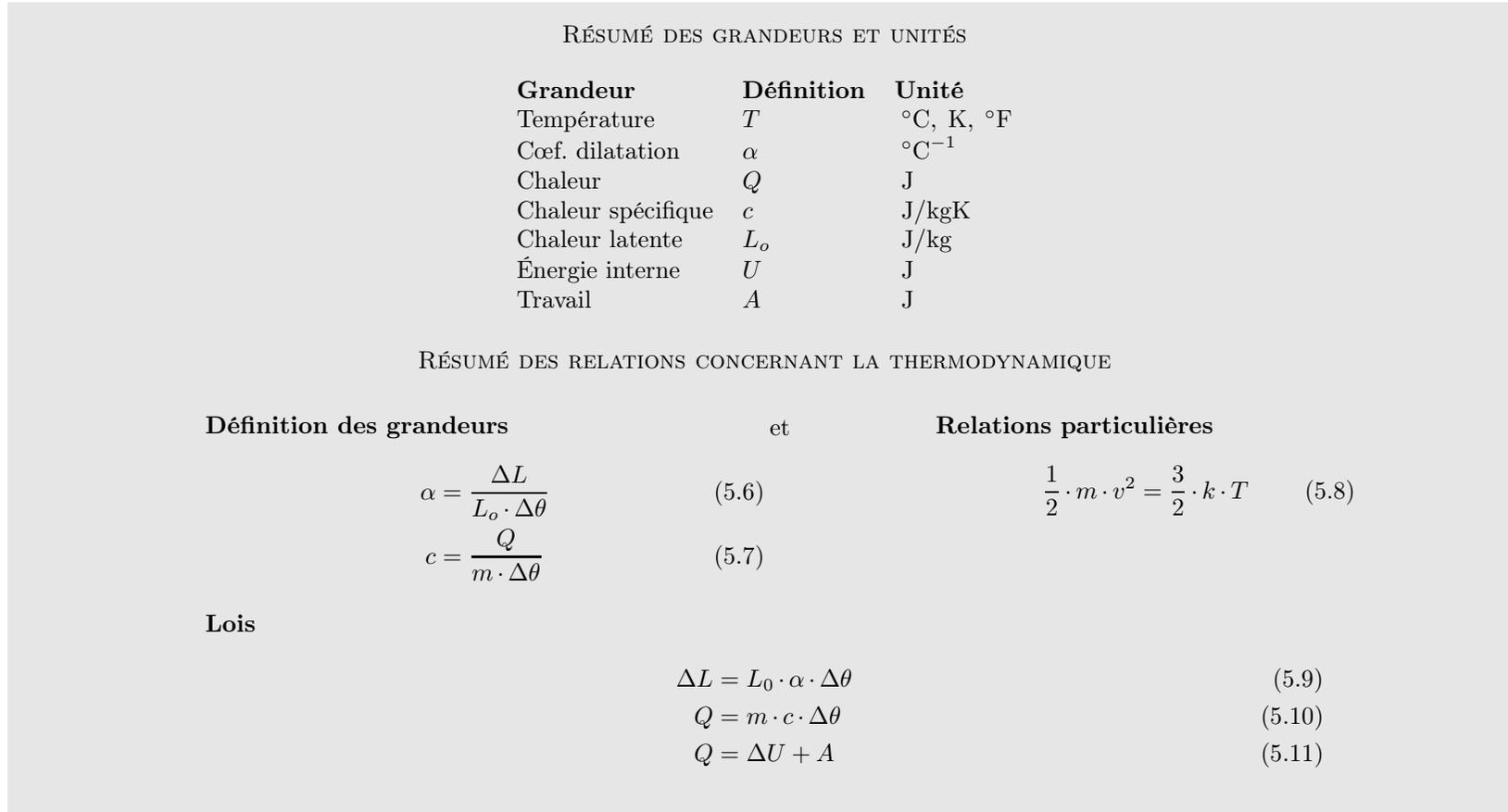


FIGURE 5.3 – Résumé de thermodynamique

Systemes d'unités

A.1 Introduction

LES UNITÉS sont des “objets” d’une importance capitale pour exprimer la valeur d’une grandeur. À chacune d’elle peut correspondre beaucoup d’unités. C’est parfaitement compréhensible étant donné la variété des domaines auxquels elles s’appliquent et a priori il est naturel que chacun définisse les unités qui lui sont les plus pratiques. Mais, deux problèmes se posent alors. Le premier tient dans le fait que plus le nombre d’unités est grand, plus il est difficile de les faire correspondre entre elles. Le second tient dans le fait qu’effectuer des calculs complexes génère des unités complexes. On se heurte donc à des problèmes de *conversion* et à des problèmes de *construction* des unités. C’est pour régler ces deux types de problèmes qu’a été inventé le *Système International d’unités*.

A.2 Opérateur d’unités

Auparavant, voyons comment se construisent les unités. On n’envisage pas ici de décrire comment les unités de base ont été définies historiquement. Leur histoire est intéressante, mais complexe. Pour le mètre, par exemple, on pourra consulter Alder (2005) ou Simaan (2006).

La construction des unités dérivées des unités de base se fait à l’aide de l’opérateur d’unités $[\dots]$ (il s’agit des “crochets”) dont la signification est “l’unité de ...”. Ainsi, écrire :

$$[L] = \text{m}$$

signifie que l’unité de la grandeur L est le mètre. Il en va de même avec des unités dérivées comme :

$$[a] = \text{m/s}^2$$

qui signifie que l’unité de la grandeur a est le mètre par seconde au carré.

On peut relever à cette occasion que cette notation permet de savoir comment reporter les unités sur les axes d’un graphique. En effet, de manière générale, on note une grandeur X ainsi :

$$X = x [X] \tag{A.1}$$

où X est la grandeur, x sa valeur et $[X]$ son unité. Or, comme ce sont les valeurs d’une grandeur qu’on reporte en regard de l’axe d’un graphique, on peut isoler la valeur de l’équation A.1 :

$$x = X/[X]$$

pour trouver l’expression à mettre à côté de l’axe. Ainsi, pour un axe correspondant à une longueur, il faudrait mettre :

$$\uparrow L/\text{m}$$

Logiquement, on voit qu’il ne vient pas de crochets autour de l’unité, comme cela est parfois pratiqué. De plus, il faut mettre un symbole de division entre la grandeur et l’unité.

Venons en maintenant à la construction des unités. Commençons par des expressions connues comme la vitesse. Pour déterminer les unités à associer à une vitesse, il faut connaître son expression

en termes de grandeurs de base, c'est-à-dire dont les unités sont simples :

$$v = \frac{d}{t}$$

et en prendre les unités à l'aide de l'opérateur d'unités :

$$[v] = \left[\frac{v}{t} \right] = \frac{[v]}{[t]} = \text{m/s}$$

On voit que lorsque l'opérateur $[\dots]$ s'applique sur une fraction, il s'applique à chacun de ses termes. On voit aussi la correspondance entre la division des grandeurs et l'expression "par" qui lie les deux unités de base de la vitesse.

Pour des expression plus complexes, cette "algèbre" des unités s'applique aussi. Ainsi, les unités de la force sont obtenues à partir de la seconde loi de Newton :

$$[F] = [m \cdot a] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{N}$$

Mais, des situations plus complexes peuvent se présenter. Pour la période d'un pendule, on a par exemple :

$$\begin{aligned} [T] &= [2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}] = [2] \cdot [\pi] \cdot \sqrt{\frac{[L]}{[g]}} \\ &= \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{m/s}^2}} = \sqrt{\text{m} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{m}}} \\ &= \sqrt{\text{s}^2} = \text{s} \end{aligned}$$

On voit qu'appliquer l'opérateur d'unité à une racine revient à l'appliquer aux termes de la racine et que diviser une unité par une fraction de deux autres revient à la multiplier par l'inverse de cette fraction, comme en algèbre ordinaire. Ainsi aussi, la racine du carré d'une unité correspond-elle à l'unité elle-même.

Ainsi, par la suite nous rencontrerons des combinaisons d'unités s'appuyant sur des opérations arithmétiques et il sera possible de les manipuler en tant que telles. C'est pourquoi nous dirons que l'opérateur d'unité est un opérateur algébrique. Nous allons voir qu'il est possible de se livrer aussi à une étude des lois du point de vue de leurs unités à travers ce qu'on nomme une *analyse dimensionnelle*.

A.3 Analyse dimensionnelle

Pour comprendre les relations entretenues par différentes grandeurs, plusieurs méthodes sont à notre disposition. Les deux principales sont la déduction mathématique utilisée à partir des axiomes d'une théorie et l'induction expérimentale. L'analyse dimensionnelle est un outil supplémentaire permettant la vérification des lois. On entend par analyse dimensionnelle l'étude des dimensions des grandeurs impliquées, c'est-à-dire l'analyse de leurs unités. Par exemple, si on envisage la force centripète F exercée par la corde qui retient un objet en rotation, on peut écrire :

$$F = m \cdot \frac{v}{R}$$

où m est la masse de l'objet, v sa vitesse et R le rayon du cercle parcouru. En effet, intuitivement, la force doit être forte pour une grande masse et une vitesse importante. Par contre, en imaginant une voiture qui prend un virage, on s'imagine bien que c'est pour un rayon petit que cette force doit être grande. D'où la forme de la relation proposée.

Mais, cette relation est-elle correcte ? Pour en savoir plus procédons à une analyse dimensionnelle. La seconde loi de Newton nous permet d'écrire :

$$[F] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$$

D'autre part, le terme de droite s'écrit :

$$[m] \cdot \frac{[v]}{[R]} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m/s}}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

On a donc :

$$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \neq \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

et on peut en déduire que la relation est fautive, uniquement sur la base d'une analyse dimensionnelle.

La correction est assez facile à trouver. Comme il faut l'inverse d'un temps au carré et que le temps n'apparaît que dans la vitesse, on peut essayer :

$$F = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Et l'analyse dimensionnelle :

$$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2 = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2/\text{s}^2}{\text{m}}$$

confirme alors l'exactitude de cette relation.

Un tel outil est très puissant et si simple à utiliser qu'il est important de le faire systématiquement.

A.4 Les unités du Système International

Nous avons dit précédemment que le Système International d'unités (SI) a sa raison d'être, non pas dans l'uniformisation (qui n'a pas de sens véritable puisqu'à chaque type de problème un système d'unité adéquat doit être choisi pour simplifier la représentation numérique) mais dans la simplification des calculs. En effet, tous les calculs effectués dans ce système sont prévus (au niveau des constantes utilisées) pour donner des résultats dont les unités restent dans ce système.

A.4.1 Exemple

Par exemple, on peut calculer la période T d'un pendule simple de longueur L grâce à l'équation suivante :

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Pour un pendule de longueur $L = 2$ ft, on peut alors calculer la période :

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{2}{9,81}} = 2,837 ?$$

La question est de savoir quelle unité attribuer au résultat. Formellement, on peut écrire en utilisant l'opérateur d'unités :

$$[T] = [2] \cdot [\pi] \cdot \sqrt{\frac{[L]}{[g]}} = \sqrt{\frac{\text{ft}}{\text{m/s}^2}}$$

Il est évident que ces unités sont complexes et que le résultat ne peut être exprimé ainsi dans une unité connue. En n'utilisant pas un système cohérent d'unités, il est nécessaire de faire suivre l'ensemble des calculs réalisés par leur équivalent en terme d'unités afin de savoir quelles sont les unités à attribuer aux résultats. Quand les grandeurs utilisées sont complexes, cela devient vite très pénible.

Le "Système International d'unités" est là pour y remédier. En effet, en travaillant exclusivement avec des grandeurs exprimées en unités internationales, on peut garantir que le résultat s'exprimera dans l'unité internationale correspondant à sa grandeur. Ainsi, pour une longueur $L = 2$ m, l'exemple

précédent donne le résultat suivant :

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2}{9,81}} = 2,837 \text{ s}$$

puisque l'unité de temps du Système International est la seconde. Et en effet, comme vu précédemment, on peut écrire :

$$[T] = [2] \cdot [\pi] \cdot \sqrt{\frac{[L]}{[g]}} = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{m/s}^2}} = \sqrt{\text{s}^2} = \text{s}$$

Ainsi, on peut imaginer une grandeur issue d'un calcul faisant intervenir les deux grandeurs suivantes : une force et une masse. Si ce calcul se fait à partir de ces deux grandeurs exprimées dans les unités du système international, dans le cas présent des newtons (N) pour la force et des kilogrammes (kg) pour la masse, alors le résultat est forcément exprimé dans les unités du Système International. Comme il s'agit ici d'une accélération, ces unités sont des m/s^2 .

A.5 Conversions

Les unités de la table A.2 ne font pas partie du Système International mais restent utiles :

TABLE A.2 – Conversions d'unités

Longueur		Équivalent SI
1 Å (angstrœm)	=	$1 \cdot 10^{-10}$ m
1 μ (micron)	=	$1 \cdot 10^{-6}$ μm
1 in (pouce)	=	$2,54 \cdot 10^{-2}$ m
1 ft (pied) = 12 in	=	0,3048 m
1 UA (unité astro.)	=	$1,496 \cdot 10^{11}$ m
1 AL (année lumière)	=	$9,4607 \cdot 10^{15}$ m
1 pc (parsec)	=	$3,0857 \cdot 10^{16}$ m

L'unité astronomique correspond à la longueur du demi-grand axe de l'orbite terrestre.

Le parsec est la distance à laquelle 1 UA est vue sous un angle de $1''$ (une seconde) d'arc. Comme 1° est divisé en $60'$ (minutes) d'arc et $1'$ d'arc en $60''$, une seconde d'arc ($1''$) représente $1/3600^\circ$. Pour calculer ce que vaut 1 pc, il faut une relation entre la distance réelle L de 1 UA et l'angle α ($1''$) sous

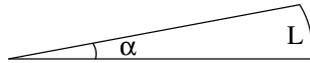
TABLE A.1 – Les unités du Système International

Grandeur	Symbole	Nom unité	Symbole	Unités de base
Longueur	L	mètre	m	m
Masse	m	kilogramme	kg	kg
Temps	t	seconde	s	s
Température	T	kelvin	K	K
Quantité de matière	n	mole	mol	mol
Angle	α	radian	rad	-
Fréquence	f	hertz	Hz	s^{-1}
Force	F	newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Énergie, travail	E, A	joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Puissance	P	watt	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$

lequel cette distance est vue. Cette relation est (voir figure A.1) :

$$L = \alpha \cdot R \quad (\text{A.2})$$

FIGURE A.1 – Relation de l'arc de cercle



où R est le rayon de l'arc de cercle de longueur L et d'angle au centre α . Mais, attention, α doit être en radians. Or, comme $180^\circ = \pi$ rad, $1^\circ = \pi$ rad/180 rad et $1'' = \pi$ rad/(180 · 3600) rad. Ainsi on obtient la valeur du parsec :

$$\begin{aligned} R &= \frac{L}{\alpha} = \frac{L \cdot 180 \cdot 3600}{\pi} \\ &= \frac{1,496 \cdot 10^{11} \cdot 180 \cdot 3600}{\pi} = 3,0857 \cdot 10^{16} \text{ m} \end{aligned}$$

A.6 Sous-multiples

On trouvera dans la table A.4 les principales notations pour les multiples et les sous-multiples. Ces notations sont bien évidemment liées à la notation scientifique. Elle est aussi liée à un autre type de notation, dite notation d'ingénieur, qu'il faut mentionner au moins une fois. En effet, si cette notation est relativement peu utilisée hors des cercles d'ingénieurs, elle est assez souvent présente sur les machines à calculer. Pour qu'elle ne pose pas de

Volume	Équivalent SI
Litre : 1 l = 1 dm ³	= 1 · 10 ⁻³ m ³

Énergie	Équivalent SI
Calorie : 1 cal	= 4,186 J
1 kWh	= 3,6 · 10 ⁶ J

Puissance	Équivalent SI
Cheval-vapeur : 1 hp	= 736 W

Température	Équivalent SI
0 °C	= 273,15 K

TABLE A.3 – Quelques équivalents

problèmes, il est donc plus nécessaire de savoir ne pas l'activer que de savoir l'utiliser. En fait, c'est une notation scientifique, dont les exposants du facteur 10 sont des multiples de 3. Ainsi, par exemple, les mètres (10⁰) et les millimètres (10⁻³) sont utilisés dans cette notation, mais pas les centimètres (10⁻²).

A.7 Notation scientifique

A ne pas confondre avec la notation d'ingénieur (par multiples de 10³), la notation scientifique : $\cdot 10^x$, où x est un nombre entier positif ou négatif, peut être utilisée sur une machine à calculer à l'aide de la touche **EXP** ou **EE**. Notez que

Préfixe	Symbole	Facteur
peta	P	10^{15}
téra	T	10^{12}
giga	G	10^9
méga	M	10^6
kilo	k	10^3
hecto	h	10^2
déca	da	10^1
-	-	-
déci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}

TABLE A.4 – Multiples et sous-multiples

Elles permettent de réaliser de tête et rapidement des calculs complexes comme :

$$\begin{aligned}
 F &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{(2 \cdot 10^4)^2} \\
 &= 9 \cdot \frac{2 \cdot 2}{4} \cdot 10^9 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \cdot ((10^4)^2)^{-1} \\
 &= 9 \cdot 10^{9-3-2} \cdot 10^{2 \cdot (-4)} = 9 \cdot 10^4 \cdot 10^{-8} \\
 &= 9 \cdot 10^{-4} N
 \end{aligned}$$

l'affichage peut alors donner, par exemple :

$$\boxed{5 \text{ E } 2} \text{ ou même } \boxed{5^2}$$

pour $5 \cdot 10^2$, sans marquer le 10 et avec un 2 sur la même ligne d'affichage que le 5. Ce type d'affichage pose des problèmes de compréhension et génère des fautes de calcul. Par exemple, pour calculer :

$$(10^{-10})^2$$

l'erreur courante est de taper : 10 $\boxed{\text{EE}}$ -10. L'affichage donne alors malheureusement :

$$\boxed{10 \text{ E } -10}$$

ce qui est trompeur puisque cela signifie $10 \cdot 10^{-10}$ et non 10^{-10} , c'est-à-dire $1 \cdot 10^{-10}$. Pour cela, il aurait fallu taper : 1 $\boxed{\text{EE}}$ -10 et l'affichage aurait donné :

$$\boxed{1 \text{ E } -10}$$

A.8 Règles de calcul

Remarquons encore les règles mathématiques très utiles suivantes (voir annexe L) :

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b} \text{ et } \frac{1}{10^a} = 10^{-a}$$

Deux systèmes de coordonnées

B.1 Le système de coordonnées circulaires

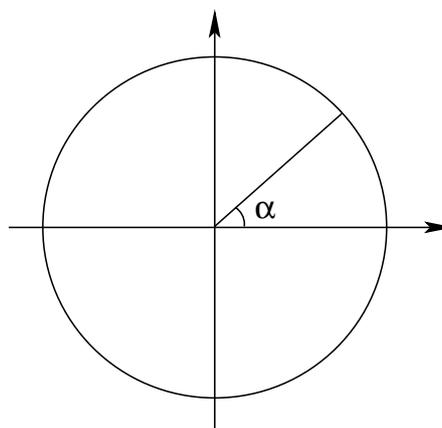
B.1.1 Introduction

IL EXISTE beaucoup de types de systèmes de coordonnées. Chacun est adapté à une utilisation particulière. Pour les mouvements circulaires dans un plan, le système de coordonnées ci-dessous est naturel. Il est intéressant dans le cadre de la rotation des planètes visibles, car non seulement elles tournent toutes sur des orbites (des trajectoires) quasi-circulaires, mais aussi elles sont toutes dans un même plan : le plan de l'écliptique.

B.1.2 Description

Le plan est une surface à deux dimensions. Deux nombres sont donc nécessaires pour déterminer univoquement la position d'un point. Si ce point est sur un cercle, il se déplace en réalité dans un espace unidimensionnel (le cercle lui-même). Une seule coordonnée est alors nécessaire. Il s'agit de l'angle α représenté sur la figure B.1. Le système de coordonnées circulaires consiste donc en cette seule coordonnée. Mais, on lui adjoint souvent le rayon R (bien que cela ne soit pas un degré de liberté puisqu'il est constant).

FIGURE B.1 – *Système de coordonnées circulaires*



B.2 Coordonnées sphériques

B.2.1 Introduction

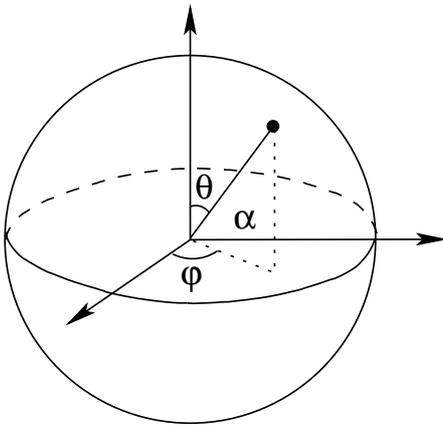
Vu depuis la Terre, le mouvement des corps célestes n'est pas simple. Comme la Terre est sphérique et tourne sur elle-même, le positionnement des objets célestes par rapport à elle se fait naturellement comme si ces objets étaient sur une sphère. D'où l'importance du système de coordonnées ci-dessous.

B.2.2 Description

L'espace dans lequel nous nous trouvons est à trois dimensions. Trois nombres sont donc nécessaires pour déterminer univoquement la position

d'un point P . Si ce point est sur une sphère, il se déplace en réalité dans un espace bidimensionnel. Deux coordonnées sont alors nécessaires. Il s'agit des angles φ , nommé *longitude*, et θ , nommé *colatitude*, représentés sur la figure B.2. Le système de coordonnées sphériques consiste donc en ces deux seules coordonnées. Mais, on leur adjoint souvent le rayon R (bien que cela ne soit pas un degré de liberté puisqu'il est constant).

FIGURE B.2 – *Système de coordonnées sphériques*



B.2.3 Latitude et longitude

Remarquons finalement que le système de coordonnées utilisé pour repérer un objet à la surface de la Terre est un système de coordonnées sphériques légèrement différent de celui présenté ci-dessus (cf. B.2.2). En effet, il est presque en tout point identique, à l'exception de l'angle θ , la colatitude, qui est compté positivement à partir du plan équateur (x,y) vers le nord (et non à partir du pôle nord vers le sud comme précédemment). L'angle θ est alors nommé *latitude* alors que φ reste la longitude.

Mesures de distances

IL EST ICI QUESTION de présenter quelques exemples de mesures de distances. L'objectif est de se rendre compte à la fois de l'ingéniosité des raisonnements mis en œuvre et des difficultés techniques qui se sont présentées. Cela permet de travailler avec des ordres de grandeurs qui ne nous sont pas familiers et de mieux apprécier les connaissances qui se trouvent derrière les chiffres que les tables mettent à notre disposition.

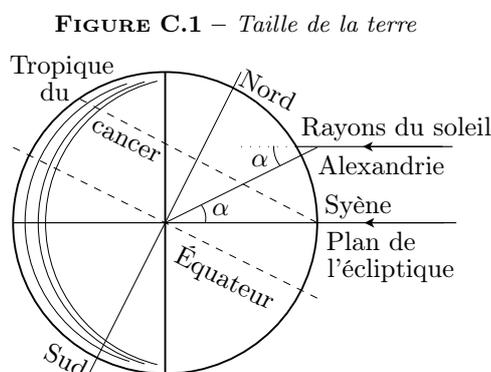
C.1 La taille de la Terre

La mesure du rayon de la Terre la plus connue, car très simple et historiquement très ancienne, est celle d'Érathosthène (284-192 av. J.-C.). Le principe est simple, mais la mise en œuvre beaucoup moins évidente. Nous allons successivement voir chacune de ces deux étapes.

C.1.1 Le principe

Il faut tout d'abord relever que nous ne connaissons le travail d'Érathosthène qu'à travers d'autres auteurs (L'astronome Cléomède, l'historien Strabon et le naturaliste romain Pline l'ancien). Ces sources, aussi éminentes soient-elles, ne doivent pas être exemptes de toute critique, comme nous le verrons par la suite.

Le principe de la mesure est simple. Considérons la figure C.1. On y voit la Terre dont l'axe de rotation est incliné par rapport à la perpendiculaire au plan de l'écliptique. On y voit l'ancienne ville de Syène, c'est-à-dire l'actuelle Assouan, qui se trouve sur le tropique du Cancer, au moment du solstice



d'été. Le Soleil se trouve alors au zénith, c'est-à-dire à la perpendiculaire de l'horizon du lieu. Ses rayons pourraient alors pénétrer jusqu'au plus profond d'un puits construit verticalement. Au même moment, on peut considérer l'ombre au sol d'un gnomon (un bâton vertical) planté plus au nord à Alexandrie. Sa longueur et celle du gnomon permettent de déterminer l'angle α de la figure C.1. Or, celui-ci a un correspondant au centre de la Terre qui sous-tend l'arc de cercle entre Syène et Alexandrie. Si, par ailleurs, on connaît la mesure de cet arc, il est aisé de déterminer la circonférence de la Terre et, ainsi, son rayon.

Comme Érathosthène a évalué la distance entre Syène et Alexandrie à 5000 stades et la longueur de l'ombre portée par le gnomon à $1/8$ de sa hauteur, on peut en déduire :

1. que l'angle α est (anachroniquement car Érathosthène l'a simplement obtenu à partir de

mesures faites avec un scaphé^a) donné par :

$$\tan(\alpha) = \frac{1/8}{1} = 1/8 \Rightarrow \alpha = 7,13^\circ = 7^\circ 8'$$

2. que la circonférence de la Terre vaut :

$$C = 5000 \cdot \frac{360}{7,13} = 252'631 \text{ stades}$$

3. et que son rayon vaut alors,

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R \Rightarrow R = \frac{252'631}{2 \cdot \pi} = 40'208 \text{ stades}$$

Évidemment, il faut savoir ce que vaut un stade. Et là apparaît le premier problème. En effet, les estimations varient entre 157,5 et 192,27 m. Si on utilise la première valeur, on a :

$$R = 40'208 \cdot 157,5 = 6'333 \text{ km}$$

Ce qui représente, par rapport à la valeur actuelle, une erreur de :

$$e = \frac{6'378 - 6'333}{6'378} \cdot 100 = 0,7\%$$

alors qu'avec la seconde valeur, on a :

$$R = 40'208 \cdot 192,27 = 7'730 \text{ km}$$

Ce qui représente une erreur de :

$$e = \frac{7'730 - 6378}{6378} \cdot 100 = 21,2\%$$

C.1.2 Techniquement

On loue souvent la méthode d'Érathosthène pour la précision de sa mesure. Mais comme on ne connaît pas de manière certaine la valeur du stade, il faut être très prudent.

D'autant plus prudent que ce n'est pas le seul problème posé par la mesure d'Érathosthène^b. Jean-Baptiste Joseph Delambre dans (Delambre, 1821, p. 92-96.) développe une critique de la mesure d'Érathosthène basée sur les points suivants :

a. Le scaphé est une sorte de bol en forme de demi-sphère muni en son centre d'un gnomon, c'est-à-dire un petit stylet vertical.

b. Les points ci-dessus sont aussi développés dans (Si-maan, 2002, p. 1193-1196).

La mesure de l'angle, tout d'abord. On ne sait pas précisément comment Érathosthène a mesuré cet angle. Il a pu utiliser un scaphé^c ou d'un gnomon de grande taille (environ cinq mètres). Évidemment, la mesure avec un gnomon de cinq mètres est plus précise que celle avec un scaphé de plus petite taille. Or, avec un gnomon de cinq mètres, en imaginant une précision de ± 3 mm sur l'ombre portée, on peut déterminer l'imprécision sur l'angle en considérant un triangle rectangle de côté adjacent valant cinq mètres et de côté opposé valant 3 mm. Ainsi, on a :

$$\tan(\Delta\alpha) = \frac{3}{5000} \Rightarrow \Delta\alpha = 0,034^\circ = 2'$$

Avec un gnomon de 1 m, l'incertitude angulaire, correspondant à 3 mm sur l'ombre, vaut plus de 10'. Ce qui met en évidence la difficulté à réaliser la mesure.

D'autant plus que l'ombre du Soleil n'est pas nette en raison de son diamètre apparent. En effet, le diamètre apparent du Soleil, c'est-à-dire l'angle sous lequel on le voit, est de 32'. Cela signifie que par rapport à l'ombre d'un gnomon idéal pointant directement vers le centre d'un soleil ponctuel, l'ombre d'un gnomon réel sera 15' plus longue (par un flou de l'extrémité de l'ombre), en raison des rayons provenant du bord du disque solaire.

Au minimum donc, l'erreur est de l'ordre de 17'. Or, cela correspond alors à une erreur sur le rayon de la Terre d'environ 5% dans le cas d'un stade à 157,5 m et à 26% au maximum dans le cas d'un stade de 192,27 m !

La mesure de l'arc, ensuite. Les calculs précédents montrent que la valeur du stade est déterminante pour la qualité de la mesure effectuée par Érathosthène. Mais, la valeur de l'arc aussi. Car, outre le fait que notre connaissance de la valeur du stade est incertaine, il semble que les mesures de distances aient pu se faire en durée de marche. Par exemple, à une journée de marche correspondrait 200 stades. Ce qui permet de comprendre l'incertitude de la mesure. Par ailleurs, Érathosthène a lui-même fait un arrondi significatif. Considérant

c. Op. cit. a

la distance de 250'000 stades pour la circonférence de la Terre (obtenue avec un angle de $7^{\circ}12'$), il détermine la distance par degré : $250'000/360 = 694,44$ stades et ... l'arrondit à 700 stades. Il recalcule alors la circonférence terrestre et obtient $700 \cdot 360 = 252'000$ stades.

Si ce qui précède montre qu'il faut être très prudent avec cette mesure de la Terre, cela permet aussi de se rendre compte qu'une mesure est toujours liée à l'incertitude des termes qui ont permis de l'obtenir. Sans l'évaluation de ces incertitudes, la mesure peut ne pas être significative. Bien entendu la méthode utilisée par Ératosthène est remarquable. Mais sa portée n'en reste pas moins limitée par la précision des mesures qu'elle utilise. Et, parallèlement, la portée historique de cette mesure est aussi à évaluer à l'aune de ces incertitudes. C'est pourquoi, tout historien consciencieux ne peut se passer d'avoir une bonne connaissance des méthodes de mesures utilisées à l'époque et des moyens mathématiques nécessaires pour évaluer leur précision.

C.2 La taille de la Lune

Une première méthode simple consiste à observer une éclipse de Lune. On peut voir alors l'ombre de la Terre sur la Lune. En reproduisant un cercle qui épouse la forme de cette ombre, on peut déterminer le rapport de taille entre ces deux corps. La méthode paraît simple. Cependant, elle se complique quand on considère les deux problèmes suivants :

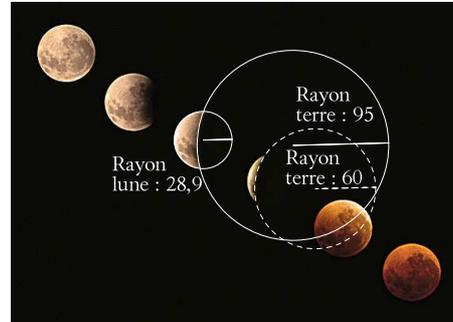
- La distance du Soleil à la Terre est finie et le Soleil a une taille importante par rapport à la Terre. Ainsi, l'ombre portée par la Terre sur la Lune n'a pas exactement la taille de la Terre.
- Sans photographie d'éclipses de Lune, il est très difficile de trouver le rapport de la taille de l'ombre de la Terre à celle de la Lune.

Même de nos jours, si on utilise des images trop petites, l'incertitude sur le rayon du cercle qui sous-tend l'ombre de la Terre sur la Lune est important. La figure C.2 montre en effet, suivant l'image choisie, un rapport de $95/28,9 = 3,3$ à $60/28,9 = 2,1$.

Et cela sans tenir compte du premier point mentionné ci-dessus.

Cependant, cette méthode permet une première évaluation de la taille de la Lune. Pour cela, il faut encore tenir compte du premier point évoqué ci-dessus. On peut le faire de manière très rapide en

FIGURE C.2 – Taille de la lune
Une taille incertaine⁸⁶



constatant que lors des éclipses de Soleil, l'ombre portée par la Lune sur la Terre est très petite. On estime que sur la distance Terre-Lune l'ombre de la Lune est réduite d'environ 70%. On peut donc supposer qu'il en va de même pour l'ombre de la Terre portée sur la Lune lors d'éclipses de Lune. Ainsi, en prenant un rapport de diamètre de l'ombre de la Terre sur la Lune à la taille de la Lune de $2,5 \times$ environ, le rapport de la taille de la Terre (et non de son ombre sur la Lune) à celle de la Lune vaut $3,5 \times$ (car $0,7^{-1} = 1,4$ et $2,5 \cdot 1,4 = 3,5 \times$).

On peut alors calculer la taille de la Lune à partir de la mesure du rayon terrestre d'Ératosthène. Si on admet qu'il ait pu obtenir une valeur du rayon de la Terre $R = 6333$ km, le rayon de la Lune r est alors :

$$r = \frac{R}{3,5} = \frac{6333}{3,5} = 1809 \text{ km}$$

Soit, par rapport à la valeur admise actuellement de 1738 km, une erreur de 4%.

C.3 La distance Terre-Lune

A partir de la valeur du rayon de la Terre, la mesure de la distance Terre-Lune est aisée. Il faut considérer que l'angle α sous lequel on voit la lune est d'un demi-degré, soit en radian $\pi/360 = 0,0087$ rad. Alors, à l'aide d'une simple relation liant la longueur d'un arc L à son angle α au centre

en radian et au rayon R du cercle, on tire :

$$\begin{aligned} L &= \alpha \cdot R \Rightarrow \\ R &= \frac{L}{\alpha} = \frac{\phi_{lune}}{\alpha} \\ R &= d_{Terre-Lune} = \frac{3'618}{0,0087} = 415'862 \text{ km} \end{aligned}$$

Ce qui représente environ 8% d'écart avec la valeur d'aujourd'hui.

De nos jours, la distance de la Terre à la Lune est mesuré par la réflexion de faisceaux laser sur des miroirs déposés par les missions Apollo. Elle atteint une précision de l'ordre de quelques millimètres.

C.4 La distance Terre-Soleil

La mesure de distances plus importantes que celle de la Terre à la Lune fut réalisée par la suite à l'aide de la méthode de la parallaxe. On peut évoquer ici cette méthode qui nécessite une observation en deux points différents de la Terre. Une variante de cette méthode sera utilisée pour la mesure des distances aux étoiles.

La mesure de la parallaxe repose sur l'idée suivante. Quand on observe son pouce levé devant soi à bout de bras avec l'œil droit puis l'œil gauche alternativement, on voit qu'il se déplace par rapport aux objets éloignés. Si le pouce est proche des yeux, il se déplace fortement et s'il est éloigné, il se déplace faiblement. L'observation de son mouvement permet donc de se faire une idée de la distance entre les yeux et le pouce.

En termes astronomiques, on voit sur la figure C.3 que l'angle α entre une étoile lointaine et la Polaire est le même pour deux points d'observation C et P sur la Terre. Pour un astre peu éloigné M , ces deux angles β et γ sont différents. On appelle parallaxe de l'astre M l'angle δ qui vaut :

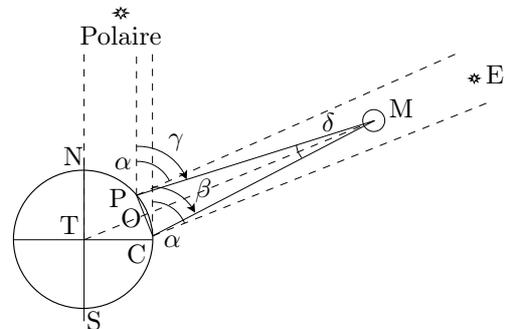
$$\delta = \gamma - \beta$$

en raison du fait que deux droites parallèles sont toujours coupées par une troisième droite selon deux angles égaux.

L'astronome Cassini, qui détermina pour la première fois la distance Terre-Soleil à partir de la parallaxe de Mars, décrit la mesure ainsi :

“La meilleure méthode pour chercher la parallaxe de Mars par la correspondance des observations faites à Paris & en Caïenne auroit été d'observer, par la lunette, la conjonction précise de cette planète avec une étoile fixe. Car si cette conjonction avoit été vue de l'un & de l'autre lieu au même instant & précisément de la même manière sans aucune distance, c'eût été une marque qu'il n'y avoit point de parallaxe sensible. S'il y en avoit eu quelque peu, à l'instant que Mars auroit paru toucher par son bord supérieur une Etoile fixe en Caïenne, il auroit paru à Paris un peu éloigné de la même Etoile vers l'Horizon, & quand il auroit paru à Paris toucher l'Etoile par son bord inférieur, il auroit paru en Caïenne éloigné de la même Etoile vers le Zénit & cette distance vue d'un lieu & non pas de l'autre, auroit été attribuée à la parallaxe”
J. D. Cassini, dans “Mémoires de l'Académie Royale des Sciences”, volume 8, année 1730.⁸⁷

FIGURE C.3 – Parallaxe de Mars
Première étape pour déterminer la distance Terre-Soleil.



L'application de cette méthode pour déterminer la position d'un astre comme Mars, M sur le schéma C.3, consiste à observer cette planète simultanément depuis deux endroits éloignés l'un de l'autre à la surface de la terre. Deux observateurs P et C (les astronomes Cassini à Paris et Richer à Cayenne, en 1672) mesurent au même moment l'écart angulaire entre Mars M et une étoile E en arrière plan. La somme des deux angles mesurés constitue l'angle δ au sommet du triangle PMC ,

soit la parallaxe. En raison de l'important éloignement de Mars par rapport à la distance PC (Paris-Cayenne), on peut poser grâce à la relation A.2, page 98 :

$$\delta = \frac{PC}{MO} \Rightarrow MO = \frac{PC}{\delta}$$

La distance PC , approximativement la distance entre Paris et Cayenne, permet alors de trouver MO . La distance de la Terre à Mars vaut alors :

$$d_{T-M} = MO + OT = MO + R_T \quad (\text{C.1})$$

où R_T est le rayon de la Terre.

Le résultat est donné par Cassini lui-même :

“Le 5 septembre 1672, trois jours avant l’opposition du Soleil à Mars, nous observâmes à Paris trois Etoiles dans l’Eau Aquarius marquées par Bayerus Ψ , vers lesquelles Mars alloit par son mouvement particulier rétrograde, de sorte que l’on jugeoit qu’il en auroit pu cacher une. Il étoit alors un peu plus septentrional que la plus septentrionale des trois. On prit la hauteur Méridienne de celle-ci qui passoit la première ; & celle de la moyenne vers laquelle le mouvement particulier de Mars s’adressoit. Par le choix des Observations les plus exactes & les plus conformes entre elles, on fixa à 15" la parallaxe que fait Mars de Paris à Caienne” J. D. Cassini, dans “Mémoires de l’Académie Royale des Sciences”, volume 8, année 1730.⁸⁸

Le résultat de la mesure est donc de quinze secondes d’arc. Mais attention, il s’agit de la parallaxe qui est la moitié de l’angle δ . Celui-ci vaut donc : $\delta = 0,008332^\circ$ ou $1,454 \cdot 10^{-4}$ rad. Avec une distance de Paris à Cayenne de 7082,1 km cela donne :

$$MO = \frac{7,0821 \cdot 10^6}{1,454 \cdot 10^{-4}} = 4,87 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

Soit une distance entre la Terre et Mars de :

$$d_{T-M} = 4,87 \cdot 10^{10} + 6,371 \cdot 10^6 = 4,87 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

Mais ce n’est là que la distance de la Terre à Mars. Il fallait encore réaliser une condition de mesure pour obtenir la distance Terre-Soleil : choisir le bon moment. Cassini précise que la mesure fut faite trois

jours avant l’opposition du Soleil à Mars. Cela signifie qu’alors la Terre se trouvait sur une même ligne entre Mars et le Soleil. A ce moment, et seulement à ce moment, on peut écrire :

$$d_{S-M} = d_{T-M} + d_{S-T} \quad (\text{C.2})$$

où on n’a pas tenu compte du caractère elliptique des orbites, notamment de celle de Mars (voir ci-dessous). Mais, l’équation C.2 a deux inconnues : les distances Mars-Soleil et Terre-Soleil. Pour les déterminer, il faut une seconde équation.

Il s’agit de la troisième loi de Kepler, donnée par l’équation 2.16, page 45, appliquée au cas de la Terre et de Mars :

$$\frac{d_{S-T}^3}{T_T^2} = \frac{d_{S-M}^3}{T_M^2} \quad (\text{C.3})$$

où d_{S-T} et d_{S-M} sont les distances Soleil-Terre et Soleil-Mars et T_T et T_M leur périodes respectives.

Le système composé des équations C.2 et C.3 est un système de deux équations à deux inconnues. Pour le résoudre, remplaçons la distance d_{S-M} de l’équation C.2 dans la troisième loi de Kepler C.3 :

$$\begin{aligned} \frac{d_{S-T}^3}{T_T^2} &= \frac{d_{S-M}^3}{T_M^2} \Rightarrow \\ d_{S-T}^3 \frac{T_M^2}{T_T^2} &= d_{S-M}^3 \Rightarrow \\ d_{S-T}^3 \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^2 &= (d_{T-M} + d_{S-T})^3 \Rightarrow \\ d_{S-T} \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{2/3} &= d_{T-M} + d_{S-T} \Rightarrow \\ d_{S-T} \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{2/3} - d_{S-T} &= d_{T-M} \Rightarrow \\ d_{S-T} \left(\left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{2/3} - 1\right) &= d_{T-M} \Rightarrow \\ d_{S-T} &= \frac{d_{T-M}}{\left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{2/3} - 1} \quad (\text{C.4}) \end{aligned}$$

Numériquement, avec les période de Mars et de la Terre $T_T = 365 \text{ j}$ et $T_M = 686 \text{ j}$, on obtient :

$$d_{S-T} = \frac{4,87 \cdot 10^{10}}{(686/365)^{2/3} - 1} = 9,31 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

Ce qui représente un écart de 38% par rapport à la valeur de l’unité astronomique connue actuellement : $d_{T-S} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Cet écart est important. La moitié de celui-ci peut être attribuée à

l'excentricité de Mars. En effet, un calcul^d basé sur l'hypothèse d'une orbite terrestre circulaire, mais d'une orbite elliptique de Mars mène au résultat suivant :

$$\begin{aligned}
 d_{S-T} &= \frac{d_{T-M}}{(1-e)(T_M/T_T)^{2/3} - 1} & (C.5) \\
 &= \frac{4,87 \cdot 10^{10}}{(1-0,093)(686/365)^{2/3} - 1} \\
 &= 1,27 \cdot 10^{11} \text{ m}
 \end{aligned}$$

où e est l'excentricité de l'orbite de Mars. La valeur obtenue à l'aide de l'équation C.5 ne représente plus alors qu'un écart de 15%.

C.5 La distance des étoiles

On a vu que la parallaxe de Mars est d'environ 15'' d'arc. Cette valeur est vraiment très petite. Il est donc impossible d'effectuer une mesure de la parallaxe d'une étoile à l'aide de la méthode utilisée pour Mars. Deux observations simultanées en deux endroits différents de la Terre ne permettent pas une telle mesure. Par la méthode de la parallaxe, la seule grandeur qu'il est possible de modifier est la distance entre les deux points d'observation. Comme des distances de l'ordre du rayon de la Terre ne suffisent pas, un effet de parallaxe plus important fut obtenu en effectuant la mesure à six mois d'intervalle. Ainsi, la distance entre les deux "points de vue" correspond au diamètre de l'orbite terrestre. La première mesure de la parallaxe d'une étoile (parallaxe stellaire) a été faite en 1838 par Friedrich Wilhelm Bessel pour la binaire 61 du Cygne. Mais, même pour une telle distance, les parallaxes d'étoiles restent inférieures à la seconde d'arc. Par exemple, pour Proxima du Centaure, l'étoile la plus proche de nous, la parallaxe vaut 760 millisecondes d'arc.

d. En opposition, le demi-grand axe de l'orbite de Mars s'exprime en réalité par : $a_M = e \cdot a_M + d_{S-T} + d_{T-M}$. La grandeur $e \cdot a_M$ représentant la distance du centre de l'ellipse de Mars au foyer sur lequel se trouve le Soleil. On ne calcule plus alors dans l'équation de Kepler la distance d_{S-M} , mais le demi-grand axe a_M .

Annexe D

Travaux pratiques

D.1 Le rapport de laboratoire

TOUT D'ABORD, un avertissement. La "méthode" de construction d'un rapport présentée ci-dessous est propre à celle d'une discipline scientifique. Elle constitue une manière de faire qui est actuellement reconnue. Pourtant l'histoire montre que la présentation des résultats a souvent adopté des formes très différentes. On doit donc plus la comprendre comme le rappel d'un nécessaire soucis de rigueur que comme une exigence formelle. De plus, si elle est un outil particulièrement bien adapté à la présentation de cette forme de savoir qu'est la science, elle ne l'est certainement pas pour d'autres formes de connaissances. En effet :

"La conception et la mise au point d'instruments spécifiques, toujours plus diversifiés, est l'une des marques du progrès technique. Comment croire que le progrès intellectuel puisse suivre un chemin inverse ? S'il existe aujourd'hui des dizaines de types de tournevis, de scies, de rabots, peut-on sérieusement imaginer que la pensée, elle, puisse se contenter d'une aussi pauvre panoplie que celle empruntée aux seules sciences dites exactes ?"

(Lévy-Leblond, 1996, p. 13-14)

L'objectif premier d'un rapport est de réaliser une trace du travail effectué. C'est d'abord un souvenir destiné à l'expérimentateur.

Le second objectif est de permettre à d'autres personnes de s'intéresser au travail réalisé.

Ces deux objectifs ne peuvent être réalisés sans qu'une attention particulière ne soit portée sur la

clarté et la concision.

Les détails de la réalisation d'un rapport peuvent varier beaucoup en fonction des spécificités de l'expérience et de la personnalité de l'expérimentateur. Cependant, si une certaine liberté en ce domaine devrait être toujours possible, pour ne pas oublier de traiter des points importants et pour faciliter la lecture de personnes qui s'attendent à trouver certaines formes définies de rapport, il est recommandé de suivre une structure de rapport-type déterminée par l'expérience.

Le rapport à présenter sur une expérience terminée est aussi important que l'expérience elle-même. Il doit être ordonné, exprimé dans un langage simple et concis, et ne comporter que les faits importants de l'expérience. Ce genre d'exercice se retrouve dans toutes les disciplines. La qualité d'un procès-verbal ou d'un rapport peut être déterminante pour des décisions importantes ou pour l'avenir de leur auteur.

Pensez, lorsque vous l'écrivez, que vous vous adressez à un lecteur du même niveau que vous, par exemple un de vos camarades qui était absent le jour de l'expérience, et imaginez qu'il doit prendre connaissance et comprendre l'essentiel de votre travail de laboratoire.

Lorsque deux élèves font une expérience, ils présentent un seul rapport et obtiennent ainsi une même note de laboratoire. Il s'agit d'un travail de groupe. Il est important que chaque élève participe à l'élaboration de chaque rapport en collaboration avec son collègue.

D.1.1 Plan d'un rapport de travail pratique

En règle générale, pour oublier le moins de choses importantes possibles, un rapport est structuré de la manière qui suit.

D'un point de vue typographique, il faut relever que les titres de sections ne doivent pas être soulignés, ni ponctués (ni par un point, ni par un double point). Ils sont simplement mis en évidence par une taille de caractère légèrement supérieure à celle du corps de base.

Préliminaires

Titre de l'expérience, noms des auteurs, classe et date. Le titre doit être explicite, c'est-à-dire qu'il doit donner une première idée du sujet abordé et non se limiter à dire qu'il s'agit de physique, comme par exemple : "Laboratoire de physique". Il ne doit pas y avoir d'abréviations, ni d'acronymes.

Résumé

Relevons la nécessité de mettre juste après le titre, pour des rapports long (plus de deux pages), un résumé (aussi appelé en anglais "abstract") complet de l'expérience.

Maximum cinq lignes !

Il s'agit d'une synthèse de tout le rapport. Un lecteur pressé devrait, en ne lisant que le résumé, se faire une bonne idée du contenu du document entier. Il faut donc, grâce au résumé, pouvoir se faire une idée du but, de la méthode, des résultats, de leur qualité et des problèmes rencontrés.

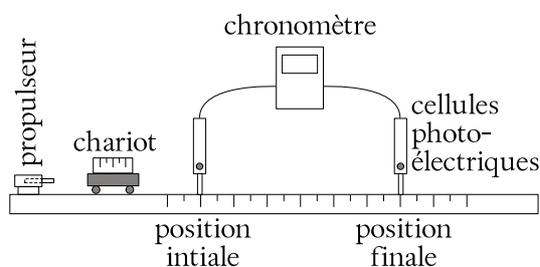
Bien que placé juste après le titre, il est bien évident que ce résumé ne peut se faire qu'en dernier lieu.

Ce résumé est difficile à réaliser mais est très important car il permet, pour un lecteur extérieur, comme pour l'expérimentateur, quelques années après la réalisation de l'expérience, de se rendre compte très rapidement (sans devoir relire l'ensemble du rapport) de l'intérêt du travail réalisé et donc de la nécessité éventuelle d'entamer la lecture du rapport lui-même.

But

C'est l'indication de l'objectif du travail de laboratoire. Une ou deux lignes.

FIGURE D.1 – Rail horizontal
(Notez le titre et la référence dans le texte qui permet au schéma de ne pas se trouver directement sous le texte.)



Théorie

Cela peut être l'énoncé d'une relation traitant du but de l'expérience et à confirmer. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'en présenter tout le développement. Seule la relation et les éventuelles hypothèses sur lesquelles elle se base, avec une légende des termes utilisés, doivent être reportées.

En l'absence d'une relation théorique établie, cela peut aussi être un raisonnement, à confirmer expérimentalement, donnant une indication sur le résultat probable ou logique de l'expérience.

On peut avoir recours à une annexe (placée en fin de rapport) pour développer des points théoriques non essentiels mais méritant de retenir notre attention.

Description de l'expérience

Il s'agit de décrire la méthode expérimentale sans trop entrer dans les détails. Il ne faut pas faire une liste des manipulations du type "mode d'emploi", ne pas écrire une procédure, mais rester au niveau de la méthode, de manière à ce qu'on comprenne le pourquoi de la réalisation expérimentale sans trop entrer dans les détails du comment. Un schéma du dispositif expérimental avec un titre et une légende complètera la description. Un exemple est donné à la figure D.1.

Résultats

Les résultats doivent impérativement figurer dans le corps du rapport. Selon les cas, ils peuvent être constitués de mesures brutes ou issus du calcul de grandeurs dérivées. Ils en constituent, avec la discussion (voir plus loin) l'une des deux parties

principales et doivent, à ce titre, obligatoirement être présents dans le corps du rapport. Cependant, ils peuvent être présentés sous différents formes :

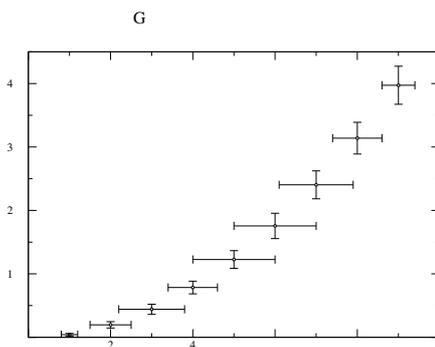
1. Graphiques des résultats

C'est la présentation la plus concise possible des résultats obtenus. Elle est bien plus lisible que les tableaux et c'est pourquoi on doit la privilégier. Il faut cependant faire attention à présenter les grandeurs, brutes (mesures) ou dérivées (issues d'un calcul), qui représentent au mieux les résultats en fonction des buts choisis.

Tout graphique doit avoir un titre, des axes portant clairement les symboles des grandeurs concernées et leurs unités. On n'indique pas les coordonnées des points sur les graduations, mais des valeurs d'accroissement régulier. Les points expérimentaux ne sont jamais reliés (ce qui pourrait faire croire que des mesures ont été faites entre les mesures principales), mais on peut faire passer la meilleure courbe possible à travers ceux-ci. On indique les barres d'incertitudes de chaque axe aux points où les calculs ont été faits.

Un exemple est présenté à la figure D.2.

FIGURE D.2 – Chute libre



2. Tableau des mesures

Les mesures effectuées au laboratoire, lorsqu'elles sont peu nombreuses, peuvent être mises dans un ou plusieurs tableaux ayant la forme présentée dans le tableau D.1. La première ligne présente les grandeurs physiques et leurs symboles. La seconde donne les unités des grandeurs et la troisième les incertitudes

absolues des mesures directes (non calculées à partir d'autres grandeurs). Enfin, les suivantes présentent les résultats. Attention, présenter trop de résultats simultanément nuit à la lisibilité d'un tableau. Par ailleurs, une bonne lecture d'un tableau passe par sa simplification : pas de colonne de valeurs identiques qu'on peut présenter une seule fois avant le tableau, pas de colonnes exagérément large, et donc de vide inutile, en raison d'un titre trop long, pas de colonnes de calculs intermédiaires sans raison aucune, etc.

TABLE D.1 – Tableau de mesures

temps t	position x	vitesse v
s	cm	cm/s
0,1	0,10	
2,0	31,6	1,8
2,4	17,8	3,2
2,6	12,4	4,8

Si les mesures sont trop nombreuses, pour améliorer la lisibilité du rapport, on peut les reporter en annexe. Encore une fois, il faut alors impérativement présenter les résultats principaux, significatifs ou importants qui constituent, à proprement parlé, les résultats de l'expérience. Par exemple, dans la recherche d'une accélération à partir de mesures d'une distance parcourue et d'un temps, on peut reporter en annexe les nombreuses mesures réalisées, mais pas les valeurs d'accélération qui en découlent et constituent les résultats de l'expérience.

Par ailleurs, il faut ici insister sur ce qui est nécessaire pour permettre la comparaison entre théorie et expérience. Une notion simple permet de quantifier la différence entre une mesure, notée $valeur_{exp}$, et une valeur théorique, notée $valeur_{th}$, celle d'écart ou d'erreur :

$$e(\%) = \frac{valeur_{th} - valeur_{exp}}{valeur_{th}} \cdot 100 \quad (D.1)$$

Lorsqu'une valeur théorique est très précisément connue, on parle d'erreur à la valeur théorique plutôt que d'écart. Relevons enfin la nécessité de maintenir le signe du résultat pour détecter une éventuelle erreur systématique.

3. Exemples de calcul

Lorsque des résultats sont obtenus à partir d'opérations sur des mesures directes, on donne un ou deux exemples des calculs effectués en précisant bien leur position dans le tableau d'où elles ont été extraites.

en annexe. Chacune de celles-ci doit comporter un titre relatif à son contenu.

4. Calcul des incertitudes

Les calculs des incertitudes des grandeurs indirectement obtenues (par calcul) sont présentés dans un ou deux cas en précisant bien lesquels dans le tableau.

A défaut, quelques mesures permettant de se faire une idée des incertitudes doivent être présentées et brièvement commentées pour évaluer la qualité de l'expérience.

Discussion

Il s'agit d'une analyse du travail. S'il n'existe pas de méthode permettant de faire une bonne discussion, on peut relever que souvent les points suivants apparaissent.

1. Une explication en français des résultats présentés dans les graphes. Un graphe, s'il est plus lisible qu'un tableau, ne suffit pas. Des explications claires améliorent la compréhension.
2. On compare les résultats avec les prévisions théoriques. On met en évidence leur signification. On discute leur qualité. On insiste sur les mesures s'écartant des prévisions, on tente de les expliquer logiquement ou on présente d'autres mesures de confirmation. On remet en cause les mesures autant que la théorie si nécessaire.
3. On remet en question la méthode et on propose des améliorations.

C'est la partie la plus dense et la plus importante du rapport.

Conclusion

Il s'agit de dire très brièvement si le but a été atteint et de juger s'il l'a été bien, partiellement ou mal.

Annexes

Tout ce qui nuit à la lisibilité du rapport, mais a une certaine importance à vos yeux, doit être mis

D.2 La nébuleuse du Crabe

D.2.1 Introduction

La nébuleuse du Crabe est le reste de l'explosion d'une étoile arrivée en fin d'évolution : les couches extérieures de l'étoile ont formé la nébuleuse actuelle, alors que le noyau s'est contracté brutalement, pour former une étoile à neutrons qui rayonne ce qui lui reste d'énergie thermique. Cette étoile est un pulsar de très courte période (33 ms).

D.2.2 But du travail pratique

Deux photographies prises à plusieurs années d'intervalle montrent que la nébuleuse est en expansion, ce qui permet d'estimer son âge en supposant que toute la matière était condensée dans l'étoile centrale.

D.2.3 Dispositif expérimental

Établir l'échelle, en secondes d'arc par millimètre, de chacune des photographies, sachant que les deux étoiles repérées par des flèches sont distantes de 576".

D.2.4 Mesures

Identifier le pulsar sur les photographies (des deux étoiles centrales, c'est celle qui est au sud-ouest) et mesurer successivement les distances d'une douzaine de filaments par rapport à lui. Choisir des filaments bien répartis sur la périphérie de la nébuleuse.

D.2.5 Résultats

Faire un tableau où figureront pour chaque filament : la distance x_1 en " de la première photographie, la distance x_2 en " de la seconde photo, et le mouvement propre

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{où } \Delta x = x_2 - x_1 \text{ et } \Delta t = 34,1 \text{ ans}$$

A titre de contrôle, mesurer de la même manière la distance de quelques étoiles au pulsar, sur chaque photographie.

Porter sur un graphique v en fonction de x_2 .

D.2.6 Analyse

Comment obtient-on l'âge de la nébuleuse ?

Des astronomes chinois du haut Moyen Âge ont signalé l'apparition, en l'année 1054, d'une étoile nouvelle (qui fut visible en plein jour pendant trois semaines!) dans la direction de la nébuleuse actuelle. La date est-elle compatible avec l'âge que vous avez trouvé ?

D.3 Le pendule simple

D.3.1 Les mesures

Une partie très importante du travail du physicien est de déterminer la (ou les) grandeur pertinente pour décrire le phénomène étudié.

Ici, on s'intéresse à la période du pendule, c'est-à-dire au temps qu'il met pour faire un aller-retour. Il s'agit de déterminer quelles variables (quels paramètres) pourraient influencer cette grandeur. On peut citer pêle-mêle la masse et la longueur du pendule, sa position initiale (l'angle du fil par rapport à la verticale), son poids, le fluide dans lequel il se trouve, etc. Tous ces paramètres n'ont pas forcément de liens avec la grandeur choisie pour décrire le phénomène. Dans un premier temps, on peut donc en éliminer certains qui paraissent en première approximation n'avoir aucun rôle, en raison des difficultés pour les mesurer, des impossibilités matérielles pour les déterminer ou du coût qu'ils engendrent. Bien entendu, il faut tenter de minimiser l'influence de paramètres que l'on ne pourrait prendre en considération pour diverses raisons tout en les sachant importants.

D'autre part, pratiquement, il est indispensable de réaliser l'expérience en ne faisant varier qu'un seul paramètre à la fois. Dans le cas présent, comme seules les variables masse, longueur et angle initial ont été choisies, il faut réaliser trois séries de mesures :

- la masse et la longueur restent constantes et on ne fait varier que l'angle,
- la masse et l'angle restent constants et on ne fait varier que la longueur,
- la longueur et l'angle restent constants et on ne fait varier que la masse.

Bien entendu, cette procédure a une répercussion sur l'organisation des données dont nous verrons quelques éléments par la suite.

Finalement, il faut relever deux choses. Premièrement, la nécessité d'évaluer l'incertitude des mesures. On peut procéder en effectuant une série de mesures avec strictement les mêmes paramètres. On prend ensuite le plus grand écart. Ce n'est pas très fiable mais constitue une bonne approximation. Secondement, il est important de relever le moindre petit problème survenu pendant les mesures. Un petit changement des conditions d'expérience pouvant avoir des répercussions non négligeables, il faut littéralement faire attention à tout.

D.3.2 Organisation des données et graphiques

L'objectif est avant tout la clarté. L'organisation des données repose sur une grandeur (la période d'oscillation T) et trois variables (la masse m , la longueur L et l'angle initial α). Il est fondamental d'étudier chacune de ces trois variables indépendamment. Pour cela on fixe une valeur pour les deux autres (en général la plus grande possible pour limiter les incertitudes, bien que pour l'angle initial il ne faudrait pas dépasser 15° pour que la théorie classique $T \approx \sqrt{L}$ soit valable) et on ne fait varier que celle qui est choisie. Ainsi, dans le cas du pendule, on est amené à construire trois tableaux : $T(m)$, $T(L)$ et $T(\alpha)$. Pour des raisons de clarté, on ne répète pas pour chaque mesure la valeur des variables fixées.

En ce qui concerne les graphes, comme la variable change pour chaque expérience, il faut aussi construire trois graphes qui correspondent aux trois tableaux précédents. On ne représente sur ceux-ci que les points effectivement mesurés. On ne relie donc jamais les points. Finalement, il ne faut pas oublier le titre, la date, le nom des grandeurs et les unités obligatoirement présents sur chaque graphe.

D.4 Mouvement simple : MRU

Il s'agit de tracer le graphe horaire de la position pour un mobile se déplaçant sur un rail avec différentes vitesses initiales et avec peu de frottements.

D.4.1 Les mesures

Les mesures sont celles du temps de parcours sur une distance donnée. Elles se réalisent avec deux

cellules photoélectriques et un chronomètre. Il est important de soigner la réalisation : horizontalité du rail, détermination précise des longueurs, etc. Il faut aussi évaluer l'incertitude des mesures en répétant quelques mesures plusieurs fois.

D.4.2 Organisation des données et graphiques

C'est l'occasion de réaliser un tableau avec une seule variable : la distance parcourue et avec plusieurs grandeurs : le temps mis pour parcourir la distance avec diverses poussées : forte, moyenne et faible. Le fait que la variable soit commune à toutes les grandeurs (qui toutes représentent un temps) permet de ne réaliser qu'un seul graphique avec plusieurs courbes. Cela permet de mieux comparer les courbes et de montrer très clairement que plus la vitesse est grande plus la pente de la courbe est forte.

D.4.3 Analyse des résultats

Deux points sont essentiellement à relever :

- la pente du graphe horaire de la position représente la vitesse du mobile et le point où le graphe coupe l'axe de la position correspond à la position du mobile au moment où on enclenche le chronomètre et
- lorsque le frottement est important le graphe n'est pas linéaire (ou affine), mais sa pente diminue progressivement, indiquant une diminution de vitesse.

D.5 Mouvement simple : MRUA

D.5.1 But

Il s'agit de tracer le graphe horaire de la position d'un mobile descendant un rail incliné selon différentes pentes et avec peu de frottements.

Il s'agit aussi de trouver deux théories permettant de calculer l'accélération du mobile et de les comparer à une accélération expérimentale obtenue à partir des mesures.

D.5.2 Théorie

Pour déterminer l'accélération d'un mobile sur un plan incliné, on peut suivre deux raisonnements.

1. On peut établir une simple relation linéaire entre l'angle du plan et l'accélération. En effet, sachant que l'accélération d'un objet en chute libre vaut $a = 9,81 \text{ m/s}^2$, on peut faire les correspondances suivantes : $0^\circ \Rightarrow 0 \text{ m/s}^2$ et $90^\circ \Rightarrow 9,81 \text{ m/s}^2$

Cela mène à la relation suivante :

$$a = g \cdot \alpha/90$$

2. On peut considérer que l'accélération du mobile qui descend le long du rail incliné est la composante le long de ce plan du vecteur correspondant à l'accélération du mobile en chute libre. Il s'agit donc de projeter le vecteur \vec{g} de norme $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ perpendiculairement au plan incliné. La figure représentant cette projection est un triangle rectangle d'hypoténuse g et de côté adjacent a recherché. On obtient donc la relation suivante :

$$a = g \cdot \sin(\alpha)$$

D.5.3 Les mesures

Les mesures sont celles du temps parcouru sur une distance donnée. Elles se réalisent avec deux cellules photoélectriques et un chronomètre. Pour obtenir l'accélération expérimentale, on se place dans le cas d'un MRUA de vitesse initiale nulle. Il est donc nécessaire de lâcher le mobile et de veiller à ne pas le lancer.

D.5.4 Organisation des données et graphiques

On réalise un tableau avec une variable et deux grandeurs : la distance parcourue, le temps correspondant et l'accélération expérimentale. On peut alors comparer par un écart la moyenne des accélérations expérimentales, obtenues grâce à l'hypothèse d'un MRUA qui nous permet d'écrire $a_{exp} = 2 \cdot d/t^2$, pour chaque pente et chaque valeur d'accélération obtenue théoriquement.

La comparaison montre clairement que la dépendance sinusoïdale est réalisée.

D.5.5 Galilée et le plan incliné

C'est un mouvement chargé d'histoire puisque Galilée l'étudia de manière approfondie pour en déduire que la distance parcourue par un objet en MRUA est proportionnelle au temps de parcours au carré.

L'idée était simple. Le mouvement de chute libre étant trop rapide pour pouvoir être aisément étudié, il faut le ralentir par un plan incliné. Cela amena Galilée à découvrir la relation entre la distance parcourue et le temps mis pour le faire par un mobile en mouvement rectiligne uniformément accéléré et plus particulièrement par un mobile en chute libre.

D.6 La chute libre

D.6.1 Cette expérience donnant lieu à un rapport noté, elle n'est pas décrite.

D.6.2 Résultats

Trois résultats importants concluent cette expérience :

- l'accélération d'un objet en chute libre est constante (c'est un MRUA),
- cette accélération vaut $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$,
- cette accélération est indépendante de la masse de l'objet.

D.7 Le canon horizontal

C'est une expérience dont le but est très simple. Avec un petit canon horizontal à ressort, il s'agit de tirer une bille du haut d'une table. On doit auparavant déterminer par calcul le lieu exact d'impact au sol. C'est une application des lois de la balistique. Au départ, on ne s'autorise que des tirs verticaux. Ainsi on peut déterminer la vitesse de la bille à la sortie du canon. En faisant l'hypothèse qu'elle ne change pas lors d'un tir horizontal, on peut alors déterminer le point d'impact au sol. En effet, à l'aide de la hauteur à laquelle se trouve le canon par rapport au sol, on peut déterminer le temps de chute vertical de la bille. On utilise pour cela l'équation horaire de la position d'un objet en chute libre de

vitesse initiale (verticale) nulle. Puis, on peut déterminer la distance horizontale parcourue en considérant un même temps pour le vol parabolique et le mouvement horizontal à vitesse constante. Celle-ci correspondant à la vitesse de sortie du canon précédemment calculée. Dans le détail, on a :

Tir vertical. C'est un MRUA d'accélération terrestre, pour lequel on peut poser :

$$v^2 = v_o^2 - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_o = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

car la vitesse au sommet de la trajectoire est nulle.

MRU et MRUA. Verticalement, on a un MRUA d'équation :

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Et horizontalement, on a un MRU d'équation :

$$d = v_o \cdot t$$

Soit, en combinant les deux :

$$d = v_o \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Cette expérience peut aussi se faire à l'aide de l'énergie. En effet, pour déterminer la vitesse de la bille à la sortie du canon, on peut mesurer la hauteur maximale qu'elle va atteindre et poser que l'énergie cinétique à la sortie du canon se transforme intégralement en énergie potentielle. Ainsi, on peut poser :

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow v_o = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Ce qui correspond à la vitesse qu'on peut trouver de manière cinématique.

D.8 Le chariot à masse pendante

L'idée est d'accélérer un chariot au moyen d'une masse suspendue. Il se déplace sur un rail horizontal avec peu de frottements. La masse pendante y

est attachée à l'aide d'une petite ficelle. Une poulie permet de faire descendre la masse tout en tirant le chariot horizontalement. On fait varier la masse pendante pour obtenir différentes accélérations. C'est une expérience portant sur la seconde loi de Newton. Elle est intéressante si on laisse l'expérimentateur construire sa propre théorie menant à l'accélération du système chariot-masse pendante. Il est alors possible de comparer une théorie construite de toute pièce (sur la base de la seconde loi de Newton) avec les résultats expérimentaux. Ceux-ci sont obtenus à partir de l'hypothèse d'un MRUA à l'aide de l'équation de la position utilisée avec une vitesse initiale nulle. Une série de mesures de diverses distances parcourues en fonction du temps, permet de trouver l'accélération.

Le résultat ne sera pas explicité ici puisqu'il permettrait de découvrir la bonne théorie, ce qui n'est pas l'objectif recherché.

Rotations

L'OBJECTIF de cette annexe est de prendre conscience des mouvements auxquels nous participons sans même le savoir. Il est aussi de se rendre compte que les vitesses qui leur correspondent sont difficilement imaginables et plus, elles sont relatives et il est parfois difficile de savoir par rapport à quoi les décrire.

Ces mouvements sont cependant assez bien connus pour qu'on puisse prévoir le futur proche de notre position dans l'espace.

E.1 Rotation de la Terre sur elle-même

On se propose de calculer la vitesse de rotation d'un point à l'arrêt sur l'équateur terrestre.

Le calcul est simple. Il se base sur les données suivantes :

- le rayon de la Terre à l'équateur vaut : $R_T = 6,378 \cdot 10^6$ m et
- la période sidérale de rotation de la Terre sur elle-même vaut : $T_s = 23\text{ h }56\text{ mn }4,1\text{ s} = 86'164,1\text{ s}$

Le calcul est celui de la vitesse d'un corps en rotation sur un cercle de rayon et de période donnés. On a :

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_T}{T_s} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 6,378 \cdot 10^6}{86'164,1} \\ &= 465,1 \text{ m/s} = 1674 \text{ km/h} \end{aligned}$$

A elle seule, cette vitesse est déjà fantastique. Nous ne la ressentons pas ou peu à cause de l'inertie.

E.2 Rotation de la Terre autour du Soleil

On se propose de calculer la vitesse de rotation de la Terre autour du Soleil.

Le calcul est simple. Il se base sur les données suivantes :

- la distance de la Terre au Soleil vaut environ : $R_{T \rightarrow S} = 1,496 \cdot 10^{11}$ m et
- la période sidérale de rotation de la Terre autour du Soleil vaut : $T_s = 365,263\text{ j} = 31,559 \cdot 10^6\text{ s}$

Le calcul est celui de la vitesse d'un corps en rotation sur un cercle de rayon et de période donnés. On a :

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{T \rightarrow S}}{T_s} \\ &= \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,496 \cdot 10^{11}}{31,559 \cdot 10^6} \\ &= 29'784,4 \text{ m/s} = 107'224 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Cette vitesse est encore plus fantastique. Nous ne la ressentons à nouveau pas ou peu à cause de l'inertie.

Ce qui vient d'être dit montre qu'il est important de préciser *par rapport à quoi* on observe le mouvement. Historiquement cette question a pris beaucoup d'importance lors de la mise en question de l'immobilité de la Terre. En effet, si pendant longtemps l'idée que la Terre tourne autour du Soleil a

paru absurde, aujourd'hui elle est évidente. Et au contraire, c'est l'idée qu'on puisse considérer que le Soleil tourne autour de la Terre qui est devenue absurde. A tel point qu'on envisage même plus qu'on puisse l'affirmer effectivement. Or, la relativité des mouvements permet de dire à juste titre que le Soleil tourne autour de la Terre pour autant qu'on observe le mouvement depuis celle-ci. La Terre tourne autour du Soleil par rapport au Soleil et le Soleil tourne autour de la Terre par rapport à la Terre. Ce que Galilée lui-même, dans son "Dialogue sur les deux grands systèmes du monde", a exprimé par :

"Les choses reviennent au même si la Terre seule se meut alors que tout le reste de l'Univers est immobile ou si, alors que la Terre seule est immobile, tout l'Univers se meut d'un même mouvement"^a

(Robredo, 2007, p. 60, sans référence à la page originale.)

Qu'en est-il alors de la fameuse question historique de l'immobilité de la Terre? Celle-ci révèle, en réalité, deux problèmes qui ne remettent pas en cause la possibilité d'une description relative des mouvements du Soleil et de la Terre.

Le premier problème se traduit dans l'immobilité de la Terre *dans l'univers*. C'est un problème autant cosmologique que physique. Cosmologique, car il met en cause une vision de l'univers historique et religieuse qui dépasse clairement la simple relativité des mouvements. Physique, car il met en jeu la question de l'inertie qui elle aussi dépasse le cadre de la relativité des mouvements. Nous n'en discuterons pas ici en raison de sa complexité, mais on peut relever qu'elle n'empêche nullement d'affirmer que le Soleil tourne autour de la Terre.

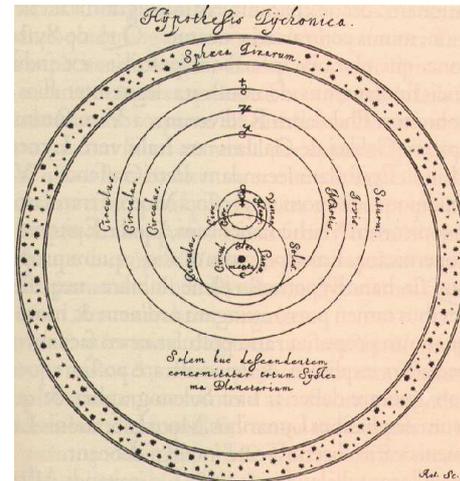
Le second problème tient dans la cinématique des planètes du système solaire. Il est aujourd'hui incontestable que les planètes tournent autour du Soleil selon des orbites elliptiques et non, comme l'envisageait Ptolémée, autour de la Terre. Car le modèle utilisé à l'époque, qui faisait tourner les planètes autour de la Terre et sur des épicycles^b pour

a. On trouve dans (Galilei, 1992, p. 274) le texte suivant :

"si la Terre est immobile, il faut que le Soleil et les étoiles fixes se meuvent, mais il se peut aussi que le Soleil et les fixes soient immobiles si c'est la Terre qui se meut."

b. Les épicycles sont de petits cercles dont le centre tourne sur un plus grand cercle, le déferent, centré sur la

FIGURE E.1 – *Le système géocentrique de Tycho Brahé*
Un modèle encore actuel⁹⁰.



expliquer leur rétrogradation^c dans le ciel, est clairement faux. Les observations, notamment celle de l'orbite de Mars, l'invalident. Mais, il n'est pas faux en raison de l'affirmation de la rotation du Soleil autour de la Terre, mais en raison de celle de la rotation des planètes autour de la Terre sur des cercles avec des épicycles.

Cette erreur, qui est celle du modèle de Ptolémée, si elle est bien une erreur, n'empêche pas qu'on puisse considérer que le Soleil tourne autour de la Terre, *vu depuis la Terre*. Elle fut d'ailleurs reconnue et corrigée par Tycho Brahé qui proposa un modèle (voir figure E.1) où la Terre restait fixe dans l'univers, où le Soleil tournait autour d'elle et les autres planètes tournaient autour... du Soleil. Ce modèle, excepté la fixité de la Terre dans l'univers qui relève du premier problème énoncé ci-dessus, est parfaitement valide. Il s'agit tout simplement de la vision du système solaire *relativement à la Terre*. Et la description actuelle des mouvements célestes vu depuis la Terre adopte un point de vue très proche de celui de Tycho Brahé, exception faite des orbites circulaires qui sont devenues des ellipses.

Terre. Les planètes tournent sur les épicycles qui eux-mêmes tournent autour de la Terre.

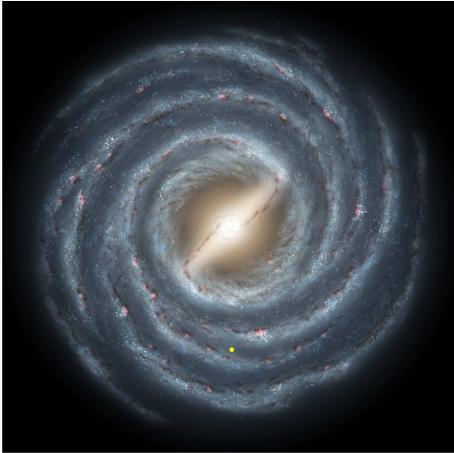
c. La rétrogradation est le fait que les planètes plus éloignées du Soleil que la Terre, semblent parfois, vu depuis la Terre, revenir en arrière dans le ciel par rapport aux étoiles fixes.

E.3 Rotation du Soleil dans la Voie Lactée

On se propose de calculer la vitesse de rotation du Soleil dans notre galaxie, la Voie Lactée.

La figure E.2 présente une vue d'artiste de la Voie Lactée telle qu'on se la représente. La position du Soleil y figure sous la forme d'un point jaune.

FIGURE E.2 – *Le soleil dans la Voie Lactée*
Représentation artistique⁹²



Le calcul est simple. Il se base sur les données suivantes :

- la distance du Soleil au centre de la galaxie vaut environ : $R_{S \rightarrow G} = 26'000 \text{ AL}$ et
- la période sidérale de rotation du Soleil autour du centre de la galaxie vaut environ : $T_s = 220 \cdot 10^6 \text{ ans}$

On calcule le nombre de secondes que représentent 220 millions d'années :

$$\begin{aligned} 220 \cdot 10^6 \text{ ans} &= 220 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \\ &= 6,937 \cdot 10^{15} \text{ s} \end{aligned}$$

Pendant ce temps, le Soleil fait un cercle de rayon $26'000 \text{ AL}$. La distance qu'il parcourt vaut donc :

$$d = 2 \cdot \pi \cdot 26'000 \cdot 9,4608 \cdot 10^{15} = 1,546 \cdot 10^{21} \text{ m}$$

car, comme la vitesse de la lumière vaut $300'000 \text{ km/s}$, on a :

$$1 \text{ AL} = 300'000'000 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365 = 9,4608 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Le calcul est alors celui de la vitesse d'un corps en rotation sur un cercle de rayon et de période donnés. On a :

$$\begin{aligned} v &= \frac{d}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{S \rightarrow G}}{T_s} \\ &= \frac{1,546 \cdot 10^{21}}{6,937 \cdot 10^{15}} \\ &= 222'863 \text{ m/s} = 222,863 \text{ km/s} = 222,863 \cdot 3600 \\ &= 802'306 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Cette vitesse est incroyable. Nous ne la ressentons à nouveau pas ou peu toujours à cause de l'inertie.

Notons que cette vitesse est la même pour toutes les étoiles proches du Soleil qui participent au mouvement de rotation autour du centre de la galaxie. Mais le Soleil a aussi un mouvement propre, c'est-à-dire qu'une partie de sa vitesse ne correspond pas à sa vitesse de rotation autour du centre de la galaxie. Cette composante vaut environ 20 km/s .⁹³

Relevons enfin une règle bien pratique pour la transformation d'unité entre les m/set les km/h. On a en effet :

$$1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

Ainsi, pour transformer des km/h en m/s, il faut diviser le nombre correspondant aux km/h par le facteur 3,6. Inversement, pour passer de m/s en km/h, il faut multiplier les m/s par 3,6.

E.4 Vitesse et référentiel

La question de savoir par rapport à quoi on calcule la vitesse se pose donc puisque les différentes vitesses calculées précédemment constituent chacune une partie de la vitesse d'un point fixe à l'équateur terrestre. Toutes ces vitesses sont donc relatives à des référentiels différents.

Par exemple, la vitesse de rotation de la Terre sur elle-même est calculée dans un référentiel lié à la Terre, au centre de celle-ci, mais ne tournant pas par rapport à elle. Il peut être fixé sur des étoiles proches qui, à l'échelle de la période de rotation de la Terre, ne se déplacent pratiquement pas.

Pour évaluer la vitesse caractéristique du mouvement propre du Soleil dans la galaxie, mouvement auquel on a soustrait celui de rotation du

Soleil autour du centre de la galaxie, il faut utiliser un référentiel dit LSR pour Local Standard of Rest, c'est-à-dire un référentiel standard local de repos. Celui-ci a été construit à l'aide des vitesses et positions moyennes des étoiles proches du Soleil. Celles-ci sont donc statistiquement au repos dans le référentiel LSR. C'est ainsi qu'on peut étudier le mouvement propre du Soleil.

En conclusion, on voit qu'il est indispensable de toujours rapporter un mouvement à un référentiel pour que la vitesse associée ait du sens.

Cependant, on sait aujourd'hui qu'il n'existe pas de référentiel absolu auquel tout mouvement pourrait être rapporté. Newton a cru en l'existence d'un tel référentiel, Einstein, dans la relativité restreinte et à l'aide des expériences de Michelson et Morley, a démontré qu'il n'en existait pas. Un mouvement est donc nécessairement toujours rapporté à un autre corps qui tient lieu de référentiel.

MRUA développements

F.1 La position

POUR UN MRUA, la position est donnée par :

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o \quad (\text{F.1})$$

Démonstration :

Par définition la vitesse moyenne est :

$$\bar{v} = \frac{x - x_o}{t} \Rightarrow x = \bar{v} \cdot t + x_o$$

Mais, la vitesse moyenne peut aussi s'exprimer par :

$$\bar{v} = \frac{v + v_o}{2}$$

Ainsi, on a :

$$x = \bar{v} \cdot t + x_o = \frac{v + v_o}{2} \cdot t + x_o$$

Or, par définition de l'accélération (constante) :

$$\bar{a} = a_o = \frac{v - v_o}{t} \Rightarrow v = a_o \cdot t + v_o$$

Donc, on a :

$$\begin{aligned} x &= \frac{v + v_o}{2} \cdot t + x_o = \frac{a_o \cdot t + v_o + v_o}{2} \cdot t + x_o \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o \end{aligned}$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.

FIGURE F.1 – Discours concernant deux sciences nouvelles de Galilée
Discours dans lesquels Galilée présente ses expériences sur la chute des corps et fonde la mécanique. Il tente aussi d'y créer une science de la résistance des matériaux³⁵



F.2 Une autre relation bien pratique

F.2.1 Cinématique

Jusqu'à présent, les relations obtenues (la vitesse et la position) sont fonctions du temps. Il est néanmoins pratique dans bien des cas de disposer d'une relation où le facteur temps n'apparaît pas. Cette relation est facilement obtenue en éliminant le temps des deux équations de la vitesse et de la position. Pour le calcul on part de équations du MRUA suivantes :

$$\begin{aligned}v &= a_o \cdot t + v_o \\x &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o\end{aligned}$$

Elles constituent généralement un système de deux équations à deux inconnues, dont le temps t est l'une d'elles. Pour résoudre ce système et éliminer le temps par substitution, on tire t de la première équation :

$$t = \frac{v - v_o}{a_o}$$

et on le remplace dans la seconde (faire le contraire est aussi réalisable, mais mathématiquement plus complexe) :

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{2} \cdot a_o \cdot \left(\frac{v - v_o}{a_o}\right)^2 + v_o \cdot \frac{v - v_o}{a_o} + x_o \\&= \frac{1}{2} \cdot a_o \cdot \frac{(v - v_o)^2}{a_o^2} + v_o \cdot \frac{v - v_o}{a_o} + x_o \\&= \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_o + v_o^2}{a_o} + \frac{v \cdot v_o - v_o^2}{a_o} + x_o \\&= \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_o + v_o^2 + 2 \cdot v \cdot v_o - 2 \cdot v_o^2}{2 \cdot a_o} + x_o\end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot a_o} + x_o \Rightarrow$$

$$\boxed{v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a_o \cdot (x - x_o)} \quad (\text{F.2})$$

Cette relation est indépendante du temps t . Elle est canoniquement présentée sous cette forme.

F.2.2 Énergie

Il faut relever que la relation F.2 peut aussi être obtenue grâce au théorème de conservation de l'énergie. En effet, imaginons un objet de masse m à une hauteur h qu'on lance à une vitesse v_o vers le bas. Son énergie cinétique initiale est non nulle, de même que son énergie potentielle initiale. Son énergie potentielle finale est nulle. Par contre, son

énergie cinétique finale ne l'est pas. Par conservation de l'énergie, on peut écrire :

$$\begin{aligned}E_{cin}^i + E_{pot}^i &= E_{cin}^f + E_{pot}^f \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 + m \cdot g \cdot h &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot g \cdot h\end{aligned}$$

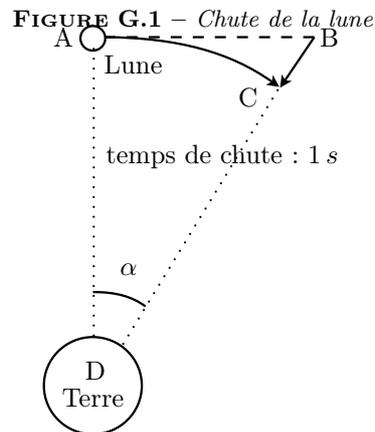
Soit, de manière plus générale, en posant $g = a$ et $h = x - x_o$, ce qu'il fallait démontrer :

$$\boxed{v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a_o \cdot (x - x_o)}$$

Chute de la Lune

G.1 Introduction

LE CALCUL ci-dessous constitue une approche simplifiée du calcul de l'accélération de la Lune basé sur sa chute libre sur la Terre. Il est valable dans la mesure d'un angle α très petit. Dans le cas d'un mouvement de rotation de la Lune autour de la Terre d'une durée d'une seconde, il est donc justifié. Mais cela n'enlève rien à la généralité du raisonnement puisque celui-ci est valable pour tout temps petit.



présenté dans la figure G.1 permettent d'écrire :

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{AD^2 + AB^2} - CD \\
 &= \sqrt{AD^2 + AB^2} - AD \\
 &= \sqrt{AD^2 \cdot \left(1 + \frac{AB^2}{AD^2}\right)} - AD \\
 &= AD \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{AB}{AD}\right)^2} - AD
 \end{aligned}$$

G.2 Accélération

Considérons la figure G.1 qui décrit successivement le mouvement en ligne droite d'une Lune qui n'est pas soumise à l'attraction de la Terre, puis sa chute libre vers la Terre pendant le même temps de 1 s. Le mouvement de rotation circulaire de la Lune autour de la Terre est ainsi compris comme un mouvement simultanément balistique (MRU sur AB et MRUA sur BC) et central puisque BC a la direction Terre-Lune. Il s'agit donc d'un modèle plus juste, mais plus complexe, que celui présenté au paragraphe 2.7.

Pythagore et la géométrie évidente du problème

Il faut maintenant faire appel à une opération mathématique qui consiste à traduire une fonction complexe comme la racine carrée en une somme infinie de termes simples. Il s'agit d'un développement limité. Dans le même temps, pour ne pas devoir traiter une somme infinie, il faut effectuer une approximation qui va permettre de ne garder que quelques termes de cette somme. Cette simplification est justifiée par la petitesse du terme AB comparé à la distance Terre-Lune AD . Plus précé-

sément, on a alors :

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2 \cdot 4} \cdot x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot x^3 - \dots$$

pour $|x| \ll 1$. L'approximation consiste à ne retenir que les deux premiers termes :

$$\sqrt{1+x} \cong 1 + \frac{1}{2} \cdot x$$

Ainsi, en raison du fait que :

$$\left(\frac{AB}{AD}\right)^2 \ll 1$$

on peut écrire, à fortiori, la suite du calcul précédent :

$$\begin{aligned} BC &= AD \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{AB}{AD}\right)^2} - AD \\ &= AD \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{AB}{AD}\right)^2\right) - AD \\ &= AD + AD \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{AB}{AD}\right)^2 - AD \\ &= AD \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{AB}{AD}\right)^2 \end{aligned}$$

Or, on peut calculer la vitesse angulaire sur un temps de 1 s par :

$$\omega(t = 1 \text{ s}) = \frac{\alpha}{t} = \frac{\alpha}{1} = \alpha$$

En considérant un angle α petit, on a d'autre part :

$$\alpha \cong \tan(\alpha) = \frac{AB}{AD}$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\omega = \frac{AB}{AD}$$

En remplaçant AD par $d_{Terre-Lune}$, on peut finalement trouver BC :

$$BC = d_{Terre-Lune} \cdot \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \quad (\text{G.1})$$

Mais, si on fait l'hypothèse d'une chute libre de la Lune en MRUA pendant une seconde, on a :

$$BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot a \quad (\text{G.2})$$

Si on considère maintenant le mouvement de rotation de la Lune pendant une période T , soit pendant 27,33 jours, sur un tour ($2 \cdot \pi \text{ rad}$) autour de la Terre, on peut écrire :

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Et en réunissant alors les équations G.1 et G.2, on a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot a &= \frac{1}{2} \cdot d_{Terre-Lune} \cdot \omega^2 \Rightarrow \\ a &= d_{Terre-Lune} \cdot \omega^2 = d_{Terre-Lune} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \\ &= 3,844 \cdot 10^8 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{27,33 \cdot 24 \cdot 3600}\right)^2 \\ &= 2,72 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2 = 2,72 \text{ mm/s}^2 \end{aligned}$$

On peut comparer cette valeur à la valeur exacte donnée à la fin du paragraphe 2.5.5 :

$$a = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

G.3 Force de gravitation

On peut aller plus loin en déterminant le rapport r de l'accélération de la lune à l'accélération terrestre :

$$r = \frac{g}{a} = \frac{9,81}{2,72 \cdot 10^{-3}} = 3607$$

et en remarquant que c'est précisément le rapport des carrés des distances $d_{Terre-Lune}$ et R_{Terre} :

$$r = \frac{d_{Terre-Lune}^2}{R_{Terre}^2} = \frac{(3,844 \cdot 10^8)^2}{(6,371 \cdot 10^6)^2} = 3640$$

La conséquence en est que l'accélération due au poids est inversement proportionnelle au carré de la distance. Comme $F = m \cdot a$, la force de gravitation est aussi inversement proportionnelle au carré des distances :

$$F \sim \frac{1}{r^2}$$

On voit apparaître là la loi de la gravitation universelle.

Satellite en orbite géostationnaire

H.1 Introduction

UN EXEMPLE intéressant de l'utilisation de la seconde loi de Newton, du mouvement circulaire uniforme et de la loi de la gravitation universelle, est donné par le calcul de l'altitude nécessaire pour qu'un satellite soit en orbite géostationnaire.

H.2 Théoriquement

On va donc utiliser les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 F &= m \cdot a && : \text{seconde loi de Newton} \\
 a &= \frac{v^2}{R} && : \text{mouvement circulaire uniforme} \\
 F &= G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} && : \text{loi de la gravitation universelle}
 \end{aligned}$$

De ces trois lois, on tire :

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m_s}{(R_T + h)^2} = m_s \cdot \frac{v^2}{(R_T + h)}$$

où :

- G est la constante de la gravitation universelle,
- M_T est la masse de la Terre,
- m_s est la masse du satellite,
- R_T est le rayon de la Terre,
- h est l'altitude du satellite et
- v est la vitesse linéaire du satellite.

Avec, par définition de la vitesse, pour une trajectoire circulaire :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot (R_T + h)}{T} \tag{H.1}$$

FIGURE H.1 – *Satellite*
*En orbite géostationnaire*⁹⁷



où : T est la période du mouvement, c'est à dire le temps que doit mettre le satellite pour faire un tour autour de la Terre.

De là on tire (faites les calculs vous-même) :

$$h = \left(\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R_T$$

H.3 Numériquement

Le calcul est simple :

$$h = \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot (24 \cdot 60 \cdot 60)^2}{4 \cdot \pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - 6,37 \cdot 10^6 = 35'857 \text{ km}$$

Il s'agit de l'altitude des satellites en orbite géostationnaire au-dessus de l'équateur. Pour des latitudes plus élevées, on comprend bien que plus on monte vers le pôle, plus le satellite sera bas sur l'horizon. Il se peut même qu'ils soient sous l'horizon. C'est pourquoi d'autres types d'orbites sont nécessaires, comme l'orbite de Molniya, qui permet de couvrir à l'aide de plusieurs satellites les régions polaires vingt-quatre heures sur vingt-quatre.

L'équation H.1 permet alors de déterminer la vitesse du satellite sur son orbite. Pour un rayon de la terre $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m et une altitude $h = 35,857 \cdot 10^6$ m, on a :

$$\begin{aligned} v &= \frac{2 \cdot \pi \cdot (6,37 \cdot 10^6 + 35,857 \cdot 10^6)}{24 \cdot 60 \cdot 60} \\ &= 3'071 \text{ m/s} \cong 3 \text{ km/s} \cong 11'055 \text{ km/h} \end{aligned}$$

H.4 Loi de Kepler

Une autre manière de parvenir au même résultat consiste à utiliser la troisième loi de Kepler et la lune. En effet, selon l'équation 2.16 de la page 45, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{R_{\text{terre-lune}}^3}{T_{\text{lune}}^2} &= \frac{(R_T + h)^3}{T_{\text{sat}}^2} \Rightarrow \\ R_T + h &= R_{\text{terre-lune}} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{\text{sat}}^2}{T_{\text{lune}}^2}} \\ &= 384'404 \cdot \sqrt[3]{\frac{24^2}{(27 \cdot 24 + 8)^2}} \\ &= 42'364 \text{ km} \Rightarrow \\ h &= 42'364 - R_T = 35'993 \text{ km} \end{aligned}$$

Et on retrouve (aux arrondis près) le même résultat que précédemment.

Relativité

LA NOTION DE RELATIVITÉ est entourée d'une aura particulière. Elle évoque inmanquablement Einstein et des idées entourées de mystère comme la dilatation du temps ou la courbure de l'espace. Même si cette notion se comprend de nos jours à travers les relativités restreinte et générale d'Einstein, elle est déjà présente chez Bruno au XVI^e siècle et Galilée au XVII^e siècle. On parle aujourd'hui de relativité galiléenne pour faire la différence avec celles d'Einstein. Dans tous les cas, cette notion nous mène à considérer des changements de référentiels et à étudier le changement de forme des lois de la physique à travers ceux-ci. Sans aborder les relativités restreinte et générale d'Einstein, qui traitent des lois de l'électromagnétisme et de la gravitation à travers ces changements de référentiels, on va s'intéresser ici à la notion de relativité galiléenne et à ses implications pour la physique newtonienne.

I.1 Relativité galiléenne

Deux textes historiques fondent l'idée de relativité. Le plus connu est celui de Galileo Galilei (Galilée) :

“Enfermez-vous avec un ami dans la cabine principale à l'intérieur d'un grand bateau et prenez avec vous des mouches, des papillons et d'autres petits animaux volants. Prenez une grande cuve d'eau avec un poisson dedans, suspendez une bouteille qui se vide goutte à goutte dans un grand récipient en dessous d'elle. Avec le bateau à l'arrêt, observez soigneuse-

ment comment les petits animaux volent à des vitesses égales vers tous les côtés de la cabine. Le poisson nage indifféremment dans toutes les directions, les gouttes tombent dans le récipient en dessous, et si vous lancez quelque chose à votre ami, vous n'avez pas besoin de le lancer plus fort dans une direction que dans une autre, les distances étant égales, et si vous sautez à pieds joints, vous franchissez des distances égales dans toutes les directions. Lorsque vous aurez observé toutes ces choses soigneusement (bien qu'il n'y ait aucun doute que lorsque le bateau est à l'arrêt, les choses doivent se passer ainsi), faites avancer le bateau à l'allure qui vous plaira, pour autant que la vitesse soit uniforme [c'est-à-dire constante] et ne fluctue pas de part et d'autre. Vous ne verrez pas le moindre changement dans aucun des effets mentionnés et même aucun d'eux ne vous permettra de dire si le bateau est en mouvement ou à l'arrêt ...”
Galileo Galilei, dans “Dialogue concernant les deux plus grands systèmes du monde”, deuxième journée, 1632.

(Gruber, 1988, p. 400.)

Galilée décrit tout d'abord un changement de référentiel particulier. Il s'agit de passer d'un lieu immobile sur la terre ferme à la cabine d'un navire se déplaçant uniformément, c'est-à-dire à vitesse constante. Il n'est donc pas question d'un référentiel en accélération par exemple. On parlera donc de relativité restreinte. Puis, Galilée compare les mouvements dans ces deux référentiels et conclut

qu'il n'y a pas de moyens de les différencier. L'explication actuelle complète et étend ce résultat qui constitue l'idée de relativité. Elle s'exprime par :

Les lois de la physique sont formellement les mêmes dans deux référentiels en translation à vitesse constante l'un par rapport à l'autre.

Cette idée, au contraire de dire que "tout est relatif", affirme que la forme des lois de la physique est préservée par ce type de changement de référentiel. Elle en assure la généralité pour des observateurs en mouvement rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres.

Le texte le plus ancien formulant clairement l'idée de relativité à pour auteur Giordano Bruno.

"Si nous supposons une personne sur un bateau en mouvement au milieu des flots, celui qui ne sait pas que l'eau est en mouvement et qui ne voit pas la terre ferme, ne sera pas conscient du mouvement du bateau . Pour cette raison, j'en viendrai à mettre en doute la quiétude et la fixité de notre Terre. Et je suis en mesure de croire que si j'étais sur le Soleil, la Lune ou sur une autre étoile, je m'imaginerais toujours au centre du monde sans mouvement autour duquel semblerait tourner l'univers entier, bien qu'en vérité le corps contenant sur lequel je me trouve serait en train de tourner sur lui-même. Ainsi je ne puis en rien être certain de ce qui distingue un corps mobile d'un corps stable." Giordano Bruno, dans "L'Infini, l'univers et les mondes", troisième dialogue, 1584.

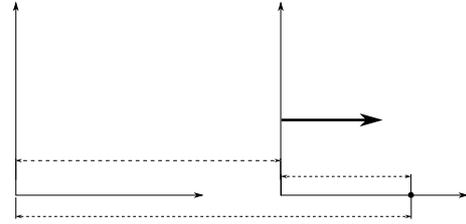
(Rocchi, 2000, p. 170.)

Bruno, bien avant Galilée avait posé très clairement les bases du principe de relativité. Et Bruno alla plus loin que Galilée en postulant la pluralité des mondes. Cela lui coûta la vie puisqu'il fut brûlé vif en 1600.

I.2 Transformation galiléenne

Le changement de référentiel sur lequel se base la relativité restreinte de Galilée (ou de Bruno) a de nos jours une formulation mathématique précise. Pour la découvrir, considérons la figure I.1 qui

FIGURE I.1 – Transformation de Galilée Selon l'axe x .



présente deux référentiels R et R' dont l'un, R' , se déplace en ligne droite à vitesse constante v_{ref} par rapport à l'autre. Pour simplifier les calculs, le déplacement de R' se fait selon l'axe x du référentiel R .

On peut donner la position du point P dans chaque référentiel à l'aide des coordonnées x et x' . Si on admet, pour simplifier, que les deux référentiels avaient à $t = 0$ s la même origine, la position de l'origine du référentiel R' à un instant t par rapport à R vaut alors $v_{ref} \cdot t$. On peut alors écrire pour le point P :

$$x' = x - v_{ref} \cdot t \quad (I.1)$$

L'équation I.1 constitue la transformation de Galilée, sous sa forme la plus simplifiée. Il faut cependant lui ajouter une équation ici évidente :

$$t' = t$$

qui postule l'invariance du temps par changement de référentiel.

On peut déduire de l'équation I.1 un corollaire important : le théorème d'addition des vitesses. Considérons le déplacement du point P le long de l'axe x . Notons x_f la position finale et x_i la position initiale du point P . En notant v la vitesse du point P , en utilisant le ' pour les grandeurs dans le référentiel R' et avec la transformation de Galilée, on a :

$$\begin{aligned} v' &= \frac{x_f - x_i}{t_f' - t_i'} = \frac{(x_f - v_{ref} \cdot t_f) - (x_i - v_{ref} \cdot t_i)}{t_f - t_i} \\ &= \frac{x_f - x_i - v_{ref} \cdot (t_f - t_i)}{t_f - t_i} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} - v_{ref} \\ v' &= v - v_{ref} \end{aligned} \quad (I.2)$$

L'expression I.2 constitue le théorème d'addition des vitesses. Il traduit l'idée que la vitesse d'un point P dans le référentiel R' correspond à sa vitesse dans le référentiel R à laquelle on soustrait la vitesse du référentiel R' lui-même. Plus simplement, en inversant l'équation I.2, on a :

$$\boxed{v = v' + v_{ref}} \quad (\text{I.3})$$

L'équation I.3 se comprend ainsi : par rapport au sol, la vitesse du passager d'un train correspond à sa vitesse par rapport au train à laquelle on ajoute la vitesse du train lui-même (par rapport au sol).

I.3 Invariance

La transformation de Galilée permet maintenant d'étudier précisément le changement des lois de la physique par changement de référentiel. La transformation de Galilée se restreint aux référentiels en MRU les uns par rapport aux autres. La relativité de Galilée utilisant implicitement cette transformation est donc une relativité restreinte. Voyons donc dans quelle mesure la transformation de Galilée modifie la seconde loi de Newton.

Comme précédemment, notons avec un indice i l'instant initial et un indice f l'instant final et calculons la force F' exercée sur un objet de masse m dont l'accélération dans le référentiel R' vaut a' :

$$\begin{aligned} F' &= m \cdot a' = m \cdot \frac{v'_f - v'_i}{t'_f - t'_i} \\ &= m \cdot \frac{(v_f - v_{ref}) - (v_i - v_{ref})}{t_f - t_i} \\ &= m \cdot \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = m \cdot a = F \end{aligned}$$

On utilise l'équation I.2 pour changer de référentiel et le fait qu'en relativité galiléenne la masse m est invariante par changement de référentiel. Finalement, on obtient :

$$\boxed{F' = m \cdot a' = m \cdot a = F} \quad (\text{I.4})$$

Ainsi, la seconde loi de Newton s'écrit de la même manière dans les deux référentiels R et R' . On dit qu'elle est formellement invariante par changement

de référentiel. En d'autres termes, aucune expérience vérifiant la seconde loi de Newton ne peut permettre de faire la distinction entre les référentiels R et R' . Pour Bruno, cela s'exprime par : "Ainsi je ne puis en rien être certain de ce qui distingue un corps mobile d'un corps stable." et pour Galilée, "... aucun des effets mentionnés [...] ne vous permettra de dire si le bateau est en mouvement ou à l'arrêt ..." comme on l'a vu dans les citations ci-dessus.

Les lois de la physique sont donc formellement les mêmes dans les deux référentiels et rien ne permet de dire que l'un est en mouvement et l'autre pas.

I.4 Forces inertielles

Comme cela a été dit plus haut, l'invariance de la seconde loi de Newton n'existe que dans le cadre de la relativité restreinte, pour des référentiels dits *inertiels*, c'est-à-dire se déplaçant les uns par rapport aux autres en mouvement rectiligne uniforme. Mais qu'en est-il quand on considère d'autres référentiels qui ne se déplacent pas l'un par rapport à l'autre en ligne droite et à vitesse constante ? Dans le cas de référentiels en rotation par exemple, la seconde loi de Newton est-elle vraiment caduque ?

Il ne s'agit pas ici de développer la dynamique de tels référentiels. Seuls deux aspects qu'on évoque parfois, sans vraiment savoir ce dont il s'agit, vont être abordés. Il s'agit du concept de force d'inertie et de celui de force centrifuge.

I.4.1 Force d'inertie

La notion de force d'inertie est très complexe, tant au niveau mathématique (produit vectoriel) qu'au niveau conceptuel (voir le paragraphe I.4.2). L'idée est ici de montrer que la seconde loi de Newton n'est pas invariante par un changement de référentiel non-inertiel. En d'autres termes, pour décrire le mouvement d'une particule dans un référentiel tournant, il faut soit ajouter des forces fictives (point de vue de Newton) dont l'une est la force d'inertie, soit interpréter celle-ci comme un champ de gravitation supplémentaire. On va présenter ici le premier point de vue.

Considérons deux référentiels R et R' qui ne sont pas en MRU l'un par rapport à l'autre, mais dont le second, R' , est en rotation à la vitesse angulaire

ω_{ref} par rapport au premier, R . Contrairement à l'invariance de l'accélération par une transformation de Galilée, on montre (voir (Gruber, 1988, p. 202-204.)) que l'accélération d'un objet dans le référentiel R' n'est pas la même que dans le référentiel R . Plus précisément, l'accélération a dans le référentiel R vaut :

$$a = a' + a_{ref} \quad (\text{I.5})$$

où a' est l'accélération dans le référentiel R' et a_{ref} l'accélération du référentiel R' par rapport à R .

C'est là un changement fondamental qui restreint la portée de la relativité galiléenne (et qui a mené Einstein vers la relativité générale).

Comme on a vu au paragraphe 3.2.3, page 60, qu'un objet en rotation circulaire uniforme a une accélération centripète, c'est-à-dire dirigée vers le centre du cercle, donnée par :

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

où v est la vitesse linéaire de l'objet et r le rayon du cercle, on peut appliquer cette relation pour exprimer l'accélération a_{ref} de R' par rapport à R à l'aide de la vitesse v d'un point du référentiel R' situé à une distance r de l'axe de rotation. De plus, l'équation 2.13 permet d'exprimer cette accélération en fonction de la vitesse angulaire ω_{ref} . On a donc :

$$a_{ref} = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \omega^2 \cdot r \quad (\text{I.6})$$

L'équation I.5 de l'accélération d'un objet par rapport au référentiel R' peut alors s'écrire :

$$a = a' + \omega^2 \cdot r \quad (\text{I.7})$$

Les équations de la cinématique ne sont donc pas préservées par un tel changement de référentiel (non inertielle).

La dynamique n'est évidemment pas non plus préservée. L'accélération se trouvant au cœur de la seconde loi de Newton, elle ne peut rester formellement invariante. En effet, si elle s'écrit dans le référentiel R :

$$\sum F^{ext} = m \cdot a \quad (\text{I.8})$$

elle doit s'écrire dans le référentiel R' :

$$\begin{aligned} \sum F'^{ext} &= m \cdot a' \\ &= m \cdot (a - \omega^2 \cdot r) \\ &= m \cdot a - m \cdot \omega^2 \cdot r \end{aligned} \quad (\text{I.9})$$

Visiblement l'équation I.8 est formellement différente de I.9.

On peut cependant modifier l'équation I.9 décrivant le mouvement dans le référentiel en rotation R' pour qu'elle corresponde à l'expression I.8 donnée pour le référentiel R :

$$\sum F'^{ext} + m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot a \quad (\text{I.10})$$

$$\sum F^{ext} = \sum F'^{ext} + F_{in} = m \cdot a \quad (\text{I.11})$$

En réinterprétant le terme correspondant à l'accélération du référentiel R' comme une force d'inertie (F_{in}) qui s'additionne aux forces réellement exercées sur l'objet, on peut s'imaginer préserver la forme de la seconde loi de Newton. Bien entendu, ce n'est qu'une manière de masquer le problème, puisque pour le référentiel R' uniquement, il faut ajouter la force d'inertie. Et comme cette force n'a aucune réalité, comme aucun corps ne l'exerce, elle est considérée comme une force fictive, une pseudo-force qui n'a pas d'existence propre. On lui donne un nom : la force centrifuge.

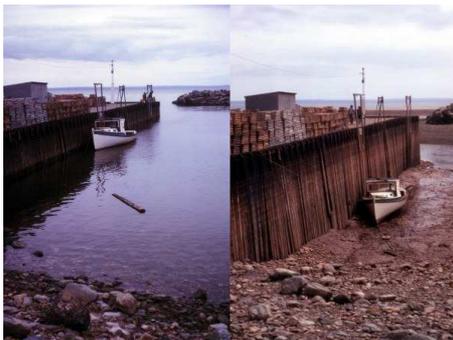
I.4.2 Force centrifuge

Du point de vue de la mécanique newtonienne, la force centrifuge est donc une pseudo-force à n'introduire dans la seconde loi que pour des référentiels non inertiels (c'est-à-dire accélérés). Dans le cadre d'une annexe portant sur la relativité, il convient de mentionner que cette force peut ne pas être vue comme une pseudo-force. Einstein va lui donner une "réalité" en la considérant comme une force de gravitation^a. Cela va le mener à redéfinir la notion même de gravitation à travers la courbure de l'espace.

a. Le cas d'un pendule placé dans un train qui accélère permet de comprendre le lien entre l'inertie et la gravitation (voir (Gruber, 1988, p. 400-404.))

Marées

FIGURE J.1 – Marée⁹⁹



J.1 Introduction

L'ORIGINE DES MARÉES est un phénomène à la fois simple et complexe. Simple, car il suit d'assez près le mouvement de la Lune pour qu'on puisse naturellement le lui attribuer. Complexe, car il se produit aussi sur la Terre à l'opposé du zénith de la Lune et il est souvent en retard sur son passage.

Nous allons ici rappeler la simplicité du phénomène et expliquer pourquoi il se produit à la fois du côté de la Terre où se trouve la Lune et à l'opposé. L'explication des différents retards des marées sur le passage de la Lune ne sera pas abordée ici, car elle est très complexe. Une description du phénomène ayant été faite précédemment (voir paragraphe 3.2.3), nous nous intéresserons ici plus particulièrement à l'aspect mathématique du phénomène, tout en expliquant le plus simplement les choses.

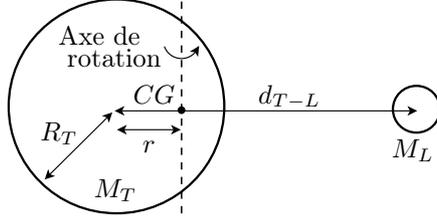
L'analyse se fait en trois étapes. Tout d'abord, la détermination du centre de gravité du système Terre-Lune. Puis, le calcul de la force d'inertie sur un élément de masse d'eau que l'application de la seconde loi de Newton modifiée pour des référentiels en rotation (voir annexe I) nécessite ou, d'un autre point de vue, le calcul de la pseudo-force centrifuge exercée sur cet élément et enfin le calcul de son poids relatif. L'analyse des termes constituant le poids relatif permettra alors de préciser l'influence de la Lune et d'expliquer la présence de deux marées par jour.

J.2 Centre de gravité

Une partie du problème des marées se trouve dans le fait que le système Terre-Lune a un centre de gravité qui ne coïncide pas avec le centre de la Terre, comme le montre la figure J.2.

La notion de centre de gravité est ici relativement aisée à saisir. Imaginons deux masses m identiques situées à une distance d l'une de l'autre. On comprend bien que le centre de gravité de ce système se trouve exactement au milieu entre les masses. Maintenant, si l'une des masses double ($M = 2 \cdot m$), le centre de gravité va se rapprocher d'elle. La masse totale du système valant $3 \cdot m$, on comprend bien que la plus grande des masses compte pour deux tiers et la plus petite pour un tiers. Le centre de gravité se trouve donc à un tiers de la distance entre les corps, du côté de la plus grande masse. Depuis le centre de la plus grande masse, la distance r au centre de gravité se calcule

FIGURE J.2 – Système Terre-Lune



donc ainsi :

$$r = \frac{m}{M + m} \cdot d \quad (\text{J.1})$$

(depuis le centre de la plus petite masse, la distance au centre de gravité se calcule de la même manière en remplaçant le m du numérateur de la fraction par M).

J.3 Force d'inertie

En substance, le problème des marées est posé par la rotation d'une masse m d'eau non pas autour du centre de la Terre, mais autour du centre de gravité du système Terre-Lune. Il s'agit d'un mouvement circulaire uniforme et l'une des composantes de la seconde loi de Newton est l'accélération centripète a_c de cette masse. On peut l'exprimer sous différentes formes présentées dans l'équation J.2 :

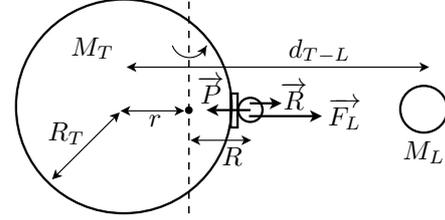
$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R \quad (\text{J.2})$$

où v est la vitesse linéaire de la masse m d'eau, R la distance du centre de gravité à la masse m et ω sa vitesse angulaire. En effet, l'équation 2.13, page 43 montre que la vitesse linéaire d'un corps tournant en mouvement circulaire uniforme vaut $v = \omega \cdot R$ avec pour unité $[\omega] = \text{rad/s}$.

J.3.1 Vitesse angulaire

Or, la vitesse linéaire de la masse d'eau n'est pas celle qui résulte de sa rotation diurne autour du centre de la Terre, mais celle correspondant au déplacement de m sous l'influence de la Lune, c'est-à-dire celle correspondant à sa rotation autour du centre de gravité du système Terre-Lune. Avec les grandeurs présentées à la figure J.2 et l'équation

FIGURE J.3 – Système Terre-Lune-eau



J.1, le calcul de la vitesse angulaire ω de ce dernier est le suivant :

$$\begin{aligned} F &= M_L \cdot \omega^2 \cdot R \\ G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{d_{T-L}^2} &= M_L \cdot \omega^2 \cdot (d_{T-L} - r) \\ G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{d_{T-L}^2} &= M_L \cdot \omega^2 \cdot \left(d_{T-L} - \frac{M_L \cdot d_{T-L}}{M_L + M_T} \right) \\ G \cdot \frac{M_T}{d_{T-L}^2} &= \omega^2 \cdot d_{T-L} \cdot \left(1 - \frac{M_L}{M_L + M_T} \right) \\ G \cdot \frac{M_T}{d_{T-L}^3} &= \omega^2 \cdot \frac{M_L + M_T - M_L}{M_L + M_T} \\ G \cdot \frac{M_T}{d_{T-L}^3} &= \omega^2 \cdot \frac{M_T}{M_L + M_T} \\ \omega^2 &= G \cdot \frac{M_L + M_T}{d_{T-L}^3} \end{aligned} \quad (\text{J.3})$$

J.3.2 Force d'inertie

On peut alors calculer la force d'inertie à ajouter à la seconde loi de Newton dans le cas de référentiels en rotation, puisque le référentiel lié au centre de la Terre est en rotation autour du centre de masse du système Terre-Lune. En considérant la distance du centre de gravité au centre de la Terre :

$$r = \frac{M_L}{M_T + M_L} \cdot d_{T-L}$$

et l'équation J.3, on peut écrire cette force sous la forme :

$$\begin{aligned} F_{in} &= m \cdot \omega^2 \cdot r \\ &= m \cdot G \cdot \frac{M_L + M_T}{d_{T-L}^3} \cdot \frac{M_L}{M_L + M_T} \cdot d_{T-L} \\ &= m \cdot G \cdot \frac{M_L}{d_{T-L}^2} \end{aligned} \quad (\text{J.4})$$

J.4 Poids relatif

On peut maintenant calculer le poids relatif à l'aide de la seconde loi de Newton. La masse d'eau m est en équilibre statique dans le référentiel lié au centre de la Terre et son accélération est nulle. On peut s'imaginer cette masse comme posée sur une balance. Les forces qui s'exercent sur elle sont son poids P , correspondant à l'attraction de la Terre, l'attraction F_L de la Lune, la force d'inertie F_{in} et la réaction R de la balance qui constitue le poids apparent de la masse d'eau. Si on choisit un axe dirigé vers le centre de la Terre, on peut ainsi écrire :

$$\sum F = P - R - F_L + F_{in} = 0 (= m \cdot a_m) \quad (J.5)$$

Soit, en utilisant la loi de la gravitation universelle et l'équation J.4 dans l'équation J.5 :

$$P - R - G \frac{M_L \cdot m}{(d_{T-L} - R_T)^2} + G \frac{M_L}{d_{T-L}^2} = 0$$

$$P - R - G \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R_T}{d_{T-L}}\right) + G \frac{M_L}{d_{T-L}^2} = 0 \quad (J.6)$$

$$P - R - G \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^2} - 2\dot{G} \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^3} \cdot R_T + G \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^2} = 0$$

$$P - R - 2\dot{G} \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^3} \cdot R_T = 0 \quad (J.7)$$

Pour établir l'équation J.6, on a utilisé le développement limité : $(1+x)^p \simeq 1 + p \cdot x$.

$$\frac{1}{(d_{T-L} - R_T)^2} = \frac{1}{d_{T-L}^2} \cdot \frac{1}{(1 - R_T/d_{T-L})^2}$$

$$= \frac{1}{d_{T-L}^2} \cdot (1 - R_T/d_{T-L})^{-2}$$

$$\simeq \frac{1}{d_{T-L}^2} \cdot (1 + (-2) \cdot (-\frac{R_T}{d_{T-L}}))$$

$$= \frac{1}{d_{T-L}^2} \cdot (1 + \frac{2 \cdot R_T}{d_{T-L}})$$

En réorganisant les termes de l'équation J.7, on obtient finalement la force de réaction d'une balance qu'on placerait sous la masse m d'eau :

$$R = P - 2 \cdot G \frac{M_L \cdot m}{d_{T-L}^3} \cdot R_T \quad (J.8)$$

Cette équation se comprend par l'action du poids P sur la masse d'eau m et par une force, dite force de marée, opposée au poids et qui soulève la masse.

La force de marée de l'équation J.8 correspond à la force donnée par l'équation 3.20, page 66, et le développement ci-dessus en constitue une démonstration.

L'analyse du rapport des forces de marées lunaire et solaire qui suit l'équation 3.20, page 66, et qui est issue de la forme de l'équation J.8, constitue aussi une suite logique au calcul présenté ci-dessus que nous ne reprendrons pas ici.

J.5 Analyse différentielle

Le cadre de l'analyse présentée ci-dessus est celui de la seconde loi de Newton. Insistons sur le fait que l'ensemble des forces considérées s'exercent sur le même système, soit la masse m d'eau. Cette analyse est donc cohérente avec la formulation de la seconde loi qui s'applique sur un système de masse m .

On va maintenant présenter une autre analyse du problème qui est moins consistante puisque les forces qu'elle utilise ne s'appliquent pas sur un système unique. Cependant, non seulement elle mène au même résultat, mais encore elle permet de mettre en évidence le caractère différentiel des forces de marées, caractère qui apparaîtra alors plus clair dans l'étude des forces de marées exercées sur des satellites comme Io autour de Jupiter. La notion de limite de Roche pourra donc être mieux abordée au paragraphe J.7.

J.6 Autres rythmes

L'explication de la présence de deux marées par jour (*dites de pleines et basses mers*) ne constitue qu'une partie de la compréhension du phénomène de marée. Même dans le cadre de la théorie de Newton, et sans entrer dans la théorie ondulatoire, d'autres périodes sont associées aux marées. Dans ce paragraphe on va entrer dans ce qu'on peut appeler la dimension astronomique du phénomène. Évidemment, c'est la gravitation qui reste le moteur des influences. Mais celles-ci varient en fonction de la position des astres.

FIGURE J.4 – Décalage horaire de la marée
Une cinquantaine de minutes chaque jour.

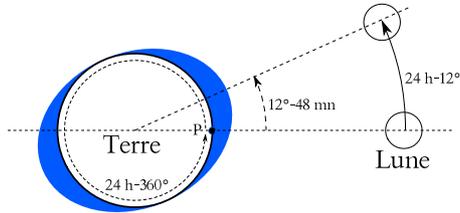
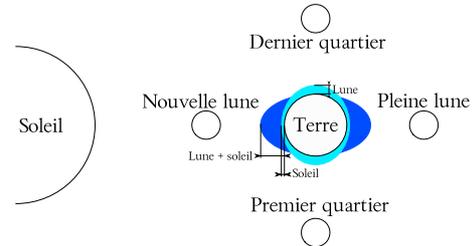


FIGURE J.5 – Marées de vives et mortes eaux
Représentation dans le plan écliptique.



J.6.1 Décalages

Une première conséquence du mouvement relatif de la Lune sur les marées se présente sous la forme d'un déplacement perpétuel des heures de pleine et basse mer. Si la Lune ne tournait pas autour de la Terre, les pleines et basses mer auraient lieu toujours au même moment dans la journée. Ce n'est pas le cas en raison du déplacement de la Lune autour de la Terre. En effet, comme le montre la figure J.4, pendant que la Terre fait un tour sur elle-même en vingtquatre heures, la lune se déplace. Comme cette dernière fait un tour autour de la Terre en trente jours, en vingt quatre heures, c'est-à-dire en une journée, la Lune parcourt un angle de $360/30 = 12^\circ$. Au bout de vingt quatre heures, une personne située au point P ne verrait plus la Lune au zénith (au-dessus d'elle). Il lui faudrait parcourir encore un angle de 12° pour cela. Comme la terre parcourt 360° en vingt quatre heures, il lui faut encore attendre 48 minutes pour se retrouver en situation de pleine mer. Chaque jour, les pleines et basses mers se produisent avec environ cinquante minutes de retard sur le jour précédent.

J.6.2 Marées de vives et mortes eaux

Le marnage, la différence de hauteur d'eau entre une pleine et une basse mer, varie dans le temps. Chaque mois, on constate un marnage maximum (marée de vive eau) et un minimum (marée de morte eau). On remarque aussi que ces marées particulières correspondent à certaines phases de la lune (voir la figure 1.17, page 27) : lors des nouvelle et pleine lune, la marée est de vive eau et lors des quartiers, elle est de morte eau.

Comme les phases de la Lune correspondent à des positions particulières de notre satellite par rapport à l'axe Terre-Soleil, on peut en trouver une expli-

cation dans le rapport des actions gravifiques de la Lune et du Soleil. Comme on l'a vu (voir 3.20, page 66), ce rapport est défavorable au Soleil, dont la masse est plus grande que celle de la Lune, mais qui se trouve plus loin que la Lune, en raison de la dépendance en $1/d^3$ de la force de marée. Mais, même si elle est moins importante que celle de la Lune, l'action du Soleil existe.

L'explication est simple. Comme le montre la figure J.5, quand le Soleil, la Terre et la Lune sont alignés, les forces lunaires et solaires s'additionnent. On a des marées de vives eaux à la nouvelle et à la pleine lune. Par contre, aux premiers et derniers quartiers, les actions de la Lune et du Soleil ne se produisent pas dans le même axe et les marées sont de basses eaux.

J.6.3 Marées d'équinoxes

On entend souvent parler des "grandes marées d'équinoxes". On se limitera ici à évoquer le phénomène, car il ne trouve une explication convainquante que dans la théorie ondulatoire des marées. Tout se passe comme si la force de marée exercée par le Soleil était maximale quand l'axe de rotation de la Terre est perpendiculaire à la direction Terre-Soleil. Si on considère que la direction de cet axe reste fixe dans l'espace, la figure 1.14, page 25, présente la situation : aux solstices, l'angle $\alpha \simeq 66,5^\circ$, alors qu'aux équinoxes, il vaut 90° . Pour bien s'en rendre compte, il faut considérer le plan constitué par l'axe de rotation de la Terre et le Soleil aux solstices. Ce plan est perpendiculaire au plan de l'écliptique. Mais si aux solstices l'axe de rotation de la Terre fait un angle non droit avec la direction Terre-Soleil, aux équinoxes cet angle est droit car ce plan est perpendiculaire à l'écliptique.

J.6.4 Marées de périgée et périhélie

On sait grâce à Kepler (voir le paragraphe 2.5.7, page 44) que l'orbite de la Lune est une ellipse. Cela signifie que la distance Terre-Lune varie. On nomme *périgée* le point de l'orbite de la Lune où cette distance est minimale et *apogée* celui où elle est maximale.

Au périgée, la distance Terre-Lune vaut : $3,654 \cdot 10^8$ m et à l'apogée $4,067 \cdot 10^8$ m. Comme la force de marée est inversement proportionnelle au cube de la distance (ce qui donne une puissance -3), la différence de force de marée lunaire entre le maximum et le minimum par rapport au minimum vaut :

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{marée}}^{\text{lunaire}} &= \frac{d_{\text{périgée}}^{-3} - d_{\text{apogée}}^{-3}}{d_{\text{apogée}}^{-3}} \\ &= \frac{(3,654 \cdot 10^8)^{-3} - (4,067 \cdot 10^8)^{-3}}{(4,067 \cdot 10^8)^{-3}} \\ &\simeq 0,38 \equiv 38\% \end{aligned}$$

Ce rapport n'est de loin pas négligeable et il faut en tenir compte.

L'orbite de la Terre autour du Soleil est aussi une ellipse et la distance Terre-Soleil varie aussi. On nomme *périhélie* le point de l'orbite de la terre où cette distance est minimale et *aphélie* le point le plus éloigné.

Au périhélie (le 3 janvier) la distance Terre-Soleil vaut : $1,471 \cdot 10^{11}$ m et à l'aphélie (le 3 juillet) $1,521 \cdot 10^{11}$ m. Comme la force de marée est inversement proportionnelle au cube de la distance (ce qui donne une puissance -3), la différence de force de marée solaire entre le maximum et le minimum par rapport au minimum vaut :

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{marée}}^{\text{solaire}} &= \frac{d_{\text{périhélie}}^{-3} - d_{\text{aphélie}}^{-3}}{d_{\text{aphélie}}^{-3}} \\ &= \frac{(1,471 \cdot 10^{11})^{-3} - (1,521 \cdot 10^{11})^{-3}}{(1,521 \cdot 10^{11})^{-3}} \\ &\simeq 0,1 \equiv 10\% \end{aligned}$$

Bien que plus faible que pour la Lune, ce rapport n'est pas non plus négligeable et il faut en tenir compte.

J.6.5 Marées de déclinaison

Jusque là, on a considéré que la lune tournait dans le plan de l'écliptique. Ce n'est en réalité pas le cas. Elle tourne dans un plan dont l'inclinaison par rapport à l'écliptique varie de 5° à $5^\circ 17'$ en oscillant sur une période de 173 jours. La symétrie axiale du champ de force de marée présentée à la figure 3.9, page 66, évolue donc de part et d'autre de l'Équateur au cours du temps.

C'est un rythme de plus ...

J.6.6 Retards et marées côtières

La théorie newtonienne des marées, analysée à la lumière de l'astronomie de position, permet donc une première compréhension du phénomène de marée. Elle démontre clairement que le principal acteur qui l'explique est la Lune. Mais, elle n'explique de loin pas tout. En effet, on peut noter des décalages systématiques de plusieurs dizaines d'heures entre les marées de vive (ou morte) eau et les phases de la Lune. Ce retard ne s'explique qu'en terme d'ondes.

De plus, si les prédictions de la théorie newtonienne sont bons en haute mer, ils sont largement insuffisant près des côtes où des effets ondulatoires sont à prendre en compte.

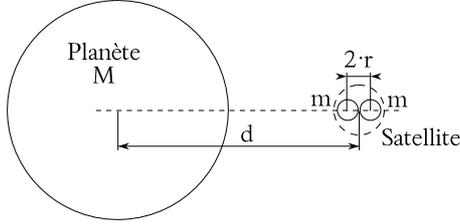
La théorie ondulatoire de la marée repose sur de complexes équations dites de Laplace et inaccessible dans le cadre de ce cours. Mais on peut trouver une bonne description mathématique de cette théorie dans Simon (2007).

J.7 Limite de Roche

Les effets de marée présentés ci-dessus sont bien connus de tous puisqu'ils se manifestent clairement à nous sur les plages. Il faut aussi dire qu'il existe des marées terrestres : simultanément à la surface océanique, la Lune déforme la croûte terrestre. Et il faut savoir que ces effets sont réciproques. Si la Lune exerce son influence sur la Terre, la Terre exerce aussi des forces de marée sur la Lune et celle-ci se déforme sous leurs effets. De la même manière, le satellite Io a un volcanisme très actif dû aux effets de marées produits sur lui par la planète Jupiter.

Tant qu'un satellite est assez éloigné de la planète qui l'attire, les effets de marée se limitent à

FIGURE J.6 – Limite de Roche



des frictions et à des déformations. Par contre, si le satellite s'en approche trop, il peut être détruit par les tensions internes qu'il va subir. C'est ce qui explique en partie pourquoi les anneaux d'astéroïdes, comme ceux de Saturne, ne donnent pas naissance à des satellites sous l'effet de leur attraction mutuelle. La distance à partir de laquelle cela se produit est complexe à déterminer. Cependant, à l'aide de quelques approximations judicieuses, il est possible d'évaluer cette distance, qui porte le nom de *limite de Roche* en hommage au physicien qui la découvrit.

J.7.1 Modèle simplifié

L'idée est de considérer un satellite situé à une distance d d'une planète comme composé de deux corps distincts maintenus ensemble par leur action gravifique mutuelle. La figure J.6 présente la situation.

En raison de sa plus grande proximité, la force de gravitation exercée par la planète sur la partie du satellite la plus proche d'elle est plus importante que celle exercée sur la partie la plus éloignée. En supposant que les centres de masse des deux parties du satellite sont séparés par une distance $2 \cdot r$, on peut calculer la différence de force qui s'exerce :

$$\Delta F = G \cdot \frac{M \cdot m}{(d-r)^2} - G \cdot \frac{M \cdot m}{(d+r)^2}$$

Pour simplifier cette expression, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta F &= G \cdot \frac{m \cdot m}{d^2 \cdot (1-r/d)^2} - G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2 \cdot (1+r/d)^2} \\ &= G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} \cdot ((1-r/d)^{-2}) - (1+r/d)^{-2} \end{aligned}$$

En raison de la relation (de développement limité) suivante :

$$(1+x)^p \simeq 1+p \cdot x$$

et du fait que $r \ll d$, on peut réécrire la différence de force :

$$\begin{aligned} \Delta F &= G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} \cdot ((1+2 \cdot r/d) - (1-2 \cdot r/d)) \\ &= G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} \cdot 4 \cdot r/d \\ &= 4 \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{d^3} \cdot r \end{aligned}$$

D'autre part, la force de cohésion gravitationnelle entre les deux parties du satellite est donnée par :

$$F_c = G \cdot \frac{m \cdot m}{(2 \cdot r)^2}$$

Mais, le satellite est détruit quand la différence de force gravitationnelle (force de marée) produite par la planète sur le satellite est plus grande que la force de cohésion, c'est-à-dire :

$$4 \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{d^3} \cdot r > G \cdot \frac{m \cdot m}{(2 \cdot r)^2}$$

En utilisant les masses volumiques des deux corps, ρ_p pour la planète et ρ_s pour le satellite, on a :

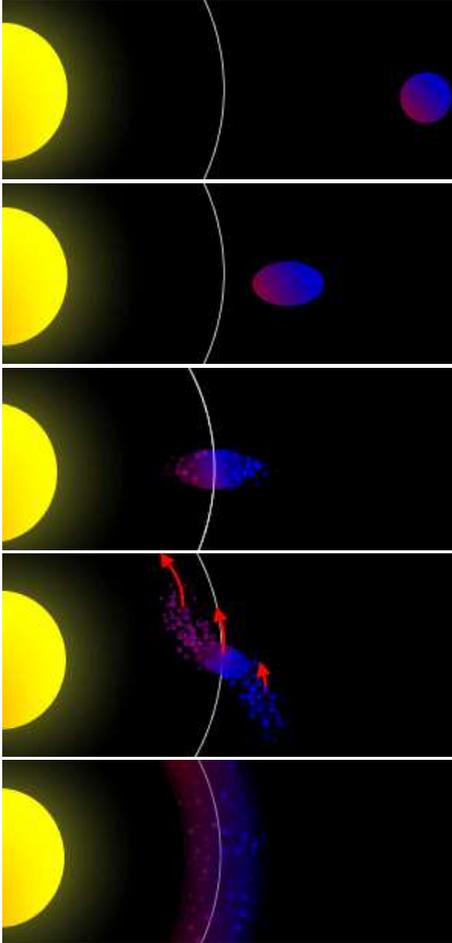
$$\begin{aligned} M &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho_p \\ m &= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_s \end{aligned}$$

où R est le rayon de la planète. Cela permet d'écrire :

$$\begin{aligned} 4 \cdot \frac{R^3 \cdot \rho_p \cdot r^3 \cdot \rho_s}{d^3} \cdot r &> \frac{(r^3 \cdot \rho_s)^2}{4 \cdot r^2} \\ 4 \cdot \frac{R^3 \cdot \rho_p}{d^3} &> \frac{\rho_s}{4} \\ 16 \cdot R^3 \cdot \frac{\rho_p}{\rho_s} &> d^3 \\ d &< R \cdot \sqrt[3]{16 \cdot \frac{\rho_p}{\rho_s}} \end{aligned}$$

avec finalement l'expression de la limite de Roche, c'est-à-dire la distance minimale, par rapport à la planète, à laquelle le satellite est détruit :

$$d_{Roche} = R \cdot \sqrt[3]{16 \cdot \frac{\rho_p}{\rho_s}} \quad (J.9)$$

FIGURE J.7 – Limite de Roche¹⁰¹

et que son rayon équatorial est $R = 60'268$ km, on peut calculer la limite de Roche :

$$\begin{aligned} d_{Roche} &= R \cdot \sqrt[3]{16 \cdot \frac{\rho_p}{\rho_s}} \\ &= 60'268 \cdot \sqrt[3]{16 \cdot \frac{0,6873 \cdot 10^3}{0,61 \cdot 10^3}} = 158'027 \text{ km} \end{aligned}$$

Sachant que le rayon de l'orbite d'Épiméthée est de 2,51 fois le rayon de Saturne, soit environ 151'400 km, on peut calculer le rapport r de la distance d'Épiméthée-Saturne à la distance de Roche :

$$r = \frac{151'400}{158'027} = 0,96$$

Épiméthée est donc à une distance de Saturne correspondant à 96% de la limite de Roche. Cela peut s'expliquer par le fait que d'autres forces de cohésion que la gravité s'exercent dans le satellite.

Il est aussi intéressant de constater que les anneaux G et E de Saturne, situés respectivement de 170'000 à 175'000 km et de 181'000 à 483'000 km de Saturne, sont bien au-delà de la limite de Roche. Pour l'anneau E, il pourrait s'agir de matière volcanique éjectée par Encelade, l'un des satellites de Saturne.

En réalité le calcul de la limite de Roche réelle est plus compliqué que celui présenté ci-dessus et il mène à la distance suivante :

$$d_{roche} = 2,422649865 \cdot R \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho_p}{\rho_s}} \quad (\text{J.10})$$

soit pour Épiméthée la valeur de 151'932 km.

J.7.2 Exemples

L'une des planètes les plus intéressantes du point de vue de la limite de Roche est certainement Saturne en raison des ses satellites et de ses anneaux. Pour se faire une idée numérique du calcul de la limite de Roche, considérons par exemple Épiméthée, l'un de ses satellites dont la masse volumique vaut :

$$\rho_s = 0,61 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Comme la masse volumique de Saturne vaut :

$$\rho_p = 0,6873 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Énergies

K.1 Introduction

CETTE ANNEXE est destinée à aller un peu plus loin que ce qui figure dans le cours concernant les différentes énergies. Elle est faite de quelques exemples particuliers qui peuvent fixer les idées, les ordres de grandeur, les problèmes, etc. Ce domaine étant très vaste, il ne s'agit ici que de donner quelques exemples, sans plus.

K.2 Énergie hydraulique

On s'intéresse ici au barrage du Châtelot, entré en service en novembre 1953, sur le Doubs dans le Jura suisse et français. Ce barrage a une hauteur de 74 m. Par ailleurs, les turbines ne se trouvent pas à son pied, mais plus bas au bord de l'eau. Celle-ci est amenée par une conduite forcée de trois kilomètres selon une pente de 4 ‰, ce qui représente un hauteur supplémentaire de 12 m. Au total, la hauteur est donc de 86 m. Le Doubs a un débit moyen de 25 m³/s. Mais le débit aménagé, c'est-à-dire le débit maximal produisant de l'énergie, est de 44 m³/s.

Le débit de restitution étant fixé par la loi française à environ 10% du débit moyen de la rivière, un turbinage minimum permanent de 2 m³/s est réalisé (pendant les phases de remplissage du barrage). A partir de ces données on peut estimer la puissance moyenne \bar{P} de chute :

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \eta \cdot Q \cdot g \cdot h \\ &= 0,8 \cdot 25 \cdot 9,81 \cdot 86 = 16'873 \text{ kW} \end{aligned}$$

FIGURE K.1 – Le barrage du Châtelot
Sur le Doubs dans le Jura.



Cela représente une énergie totale par année de :

$$\begin{aligned} E &= 16'873 \cdot 24 \cdot 365 \\ &= 147,807 \text{ millions de kWh} \\ &= 147'807 \text{ MWh} \end{aligned} \tag{K.1}$$

Évidemment, la puissance installée doit être plus importante pour faire face à un débit plus important. On a :

$$\begin{aligned} P_{inst} &= \eta \cdot Q \cdot g \cdot h \\ &= 0,8 \cdot 44 \cdot 9,81 \cdot 86 \cong 30'000 \text{ kW} \end{aligned}$$

La puissance installée est de 15'000 kW pour chacune des deux turbines. La puissance totale installée est donc de 30'000 kW.

On peut alors évaluer approximativement le nombre de ménages que peut alimenter le barrage

du Châtelot. En effet, sachant que ce barrage fournit la moitié de son énergie à la France et l'autre moitié à la Suisse^a et que la consommation électrique moyenne par ménage suisse est d'environ 2000 kWh/an, on couvre les besoins de :

$$n = \frac{147,807 \cdot 10^6}{2 \cdot 2000} = 36'951 \text{ ménages}$$

Très grossièrement, on peut dire que le barrage couvre trois fois les besoins des ménages (sans les entreprises, commerces et administrations) de la ville de la Chaux-de-Fonds ($\sim 30'000$ personnes c'est-à-dire, à trois personnes par ménages, approximativement 10'000 ménages).

L'énergie électrique est distribuée vers la Suisse par quatre lignes haute tension de 60'000 V chacune et par deux lignes sous la même tension vers la France.

K.3 Énergie éolienne

K.3.1 Règle de Betz

Démonstration de la règle de Betz :

On imagine une éolienne brassant à l'aide de ses pales une surface S . Si la vitesse du vent en amont est v_{amont} , en un temps donné t toutes les particules se trouvant jusqu'à une distance $d = v_{amont} \cdot t$ d'elle la traverseront. Le volume d'air qu'elle brassera sera donc de :

$$V = S \cdot d = S \cdot v_{amont} \cdot t$$

En considérant la masse volumique de l'air ρ , on calcule la masse d'air que cela représente par :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot v_{amont} \cdot t$$

On peut alors calculer la puissance correspondant au déplacement de cette masse d'air :

$$\begin{aligned} P &= \frac{E_{cin}}{t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{amont}^2}{t} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{t} \cdot v_{amont}^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v_{amont}^3 \end{aligned}$$

a. Selon la Convention franco-suisse du 19 novembre 1930.

Si maintenant on comprend qu'une partie de cette énergie est prise au vent par l'éolienne, on se rend compte que cela implique une diminution de sa vitesse en aval. Soit v_{aval} cette vitesse. On peut considérer que la même masse d'air traverse l'éolienne, mais à une vitesse moyenne plus faible. On peut donc admettre (cela se justifie) que cette vitesse est la moyenne des vitesses en amont et en aval :

$$v_{moy} = \frac{v_{amont} + v_{aval}}{2}$$

Ainsi, le volume traversant l'éolienne est :

$$V = S \cdot v_{moy} \cdot t = S \cdot \frac{v_{amont} + v_{aval}}{2} \cdot t$$

Et la masse est alors :

$$m = \rho \cdot S \cdot \frac{v_{amont} + v_{aval}}{2} \cdot t$$

La diminution de la puissance du flux d'air qui correspond à la puissance reçue par l'éolienne est ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{\Delta E_{cin}}{t} = \frac{E_{cin}^{amont} - E_{cin}^{aval}}{t} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{amont}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{aval}^2}{t} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{t} \cdot (v_{amont}^2 - v_{aval}^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot \frac{v_{amont} + v_{aval}}{2} \cdot (v_{amont}^2 - v_{aval}^2) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot (v_{amont}^2 - v_{aval}^2) \cdot (v_{amont} + v_{aval}) \end{aligned}$$

Si on cherche quelle est la vitesse en aval v_{av} qui donne un maximum de puissance, il faut dériver la fonction ΔP par rapport à v_{av} et l'annuler. Pour écourter la notation, on pose encore : $v_{amont} = v_{am}$.

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta P}{dv_{av}} &= \frac{d}{dv_{av}} \left(\frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot (v_{am}^2 - v_{av}^2) \cdot (v_{am} + v_{av}) \right) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot \frac{d}{dv_{av}} \left((v_{am}^2 - v_{av}^2) \cdot (v_{am} + v_{av}) \right) = 0 \end{aligned}$$

L'équation à résoudre alors est :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dv_{av}} \left((v_{am}^2 - v_{av}^2) \cdot (v_{am} + v_{av}) \right) &= 0 \Rightarrow \\ \frac{d}{dv_{av}} (v_{am}^3 + v_{am}^2 \cdot v_{av} - v_{av}^2 \cdot v_{am} - v_{av}^3) &= 0 \Rightarrow \\ v_{am}^2 - 2 \cdot v_{am} \cdot v_{av} - 3 \cdot v_{av}^2 &= 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'une équation du second degré en v_{av} dont la solution est :

$$\begin{aligned} v_{av} &= \frac{2 \cdot v_{am} \pm \sqrt{(2 \cdot v_{am})^2 - 4 \cdot (-3) \cdot v_{am}^2}}{2 \cdot (-3)} \\ &= \frac{2 \cdot v_{am} \pm \sqrt{16 \cdot v_{am}^2}}{-6} \\ &= \frac{2 \cdot v_{am} \pm 4 \cdot v_{am}}{-6} \\ &= \frac{v_{am} \pm 2 \cdot v_{am}}{-3} = \begin{cases} v_{am}/3 \\ -v_{am} \end{cases} \end{aligned}$$

Évidemment $v_{aval} > 0$ et donc seule la solution positive à un sens. On a donc finalement :

$$v_{aval} = \frac{v_{amont}}{3} \quad (\text{K.2})$$

Et la conséquence pour la variation de puissance est que :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot (v_{am}^2 - v_{av}^2) \cdot (v_{am} + v_{av}) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot (v_{am}^2 - (v_{am}/3)^2) \cdot (v_{am} + v_{am}/3) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot \left(\frac{9 \cdot v_{am}^2 - v_{am}^2}{9} \right) \cdot \left(\frac{3 \cdot v_{am} + v_{am}}{3} \right) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot S \cdot \left(\frac{8 \cdot v_{am}^2}{9} \right) \cdot \left(\frac{4 \cdot v_{am}}{3} \right) \\ &= \frac{16}{27} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v_{am}^3 \\ &= \frac{16}{27} \cdot P = 0,57 \cdot P \end{aligned}$$

Ce qui signifie que la puissance maximale que l'éolienne peut développer représente les 16/27 de la puissance du vent, soit 57% de celle-ci :

$$P_{éolienne} = \frac{16}{27} \cdot P_{vent} \quad (\text{K.3})$$

Cela constitue la limite de Betz.

K.3.2 Éoliennes

Éolienne de Collonges-Dorénaz

Il ne s'agit pas ici de se substituer aux multiples informations qui se trouvent sur internet¹⁰². Il s'agit simplement d'illustrer la théorie à travers l'exemple concret de la plus grande éolienne de Suisse pour permettre une comparaison avec un

barrage comme celui du Châtelot (voir paragraphe K.2).

Le mât fait pratiquement 100 m de haut et la longueur des pales est de 33 m. Le rendement est très proche de la limite de Betz puisqu'il vaut 56%. La puissance maximale est de 2000 kW, mais la production annuelle est de 3,5 millions de kWh. Si la consommation électrique annuelle moyenne d'un ménage est d'environ 2000 kWh, le nombre n de ménages qui peuvent être alimentés par cette éolienne vaut :

$$n = \frac{3,5 \cdot 10^6}{2000} = 1750 \text{ ménages}$$

Comparé au 74'000 ménages alimentés par le barrage du Châtelot (parties suisse et française ensemble), cela peut paraître bien peu. Encore faut-il comparer le coût du barrage aux quatre millions d'investissement pour cette éolienne. Et aussi comparer les deux impacts écologiques, les possibilités et le coût de démontage, les risques d'accidents... Une juste comparaison nécessite de prendre en compte un nombre de paramètres assez grand pour qu'il ne soit pas possible ici de poursuivre plus avant la comparaison.

Éoliennes du Mont Soleil (Jura suisse)

A nouveau l'information se trouve sur internet¹⁰³.

Il faut savoir que cette centrale est constituée de huit éoliennes d'une puissance allant de 600 à 1750 kW. Elles ont une hauteur de mât de 45 à 67 m et des pales de 22 à 33 m. L'ensemble a produit en 2006 une énergie de 9,176 millions de kWh. Cela représente 4588 ménages (à 2000 kWh/an). Une fois encore c'est bien peu comparé au barrage du Châtelot. Mais les remarques faites précédemment restent valables.

Au total, la centrale de Collonges-Dorénaz et celle du Mont Soleil alimentent ensemble environ 6300 ménages, soit très approximativement la moitié d'une ville comme La Chaux-de-Fonds en Suisse.

K.4 Géothermie

Il existe en Suisse une centrale géothermique qui permet un chauffage urbain, à l'instar de Crindor à La Chaux-de-Fonds. Il s'agit de la centrale

de Riehen près de Bâle. Elle est constituée de deux pompes à chaleur qui exploitent la chaleur d'une eau à 65° provenant d'un forage à 1547 m (un second forage, distant de 1 km du premier, réinjecte de l'eau froide à 1247 m, avec un débit de 18 l/s). Elle permet d'approvisionner 180 immeubles à Riehen et de nouvelles constructions en Allemagne. L'énergie annuellement produite est de 22,8 GWh¹⁰⁴. À raison d'environ 20 MWh/an pour une famille de trois personnes, on a une couverture en terme de chauffage à distance (chauffage et eau chaude sanitaire) de :

$$n = \frac{22'800}{20} = 1'140 \text{ ménages}$$

Ce qui représente environ 3'500 personnes.

Ce qui représente environ 10'000 personnes.

K.5 Énergie de combustion des déchets

Nous allons prendre pour exemple de ce type de production énergétique la centrale de chauffage à distance de Cridor à La Chaux-de-Fonds dans le Jura suisse. L'objectif est d'avoir un exemple concret de ce qui se fait déjà dans un domaine concernant les énergies renouvelables qui passe souvent trop inaperçu.

La production¹⁰⁵ totale d'énergie par cette usine d'incinération est de 85'000 MWh/an. Par comparaison, rappelons que la production du barrage du Châtelot est de 150'000 MWh/an (voir équation K.1), soit environ le double.

Cette énergie se partage en 60'000 MWh/an pour le chauffage à distance (chauffage des habitations) et 25'000 MWh/an produit par une turbine sous forme électrique, dont 19'000 MWh/an sont vendus. Cela représente 55'000 tonnes/an de déchets incinérés. Le nombre de ménages fournis en énergie électrique est donc de :

$$n = \frac{19'000 \cdot 10^6}{2000 \cdot 10^3} = 9500 \text{ ménages}$$

Pour l'énergie thermique, en comptant très approximativement 20 MWh/an pour une famille de trois personnes, on a une couverture en terme de chauffage à distance (chauffage et eau chaude sanitaire) de :

$$n = \frac{60'000}{20} = 3000 \text{ ménages}$$

Annexe L

Exercices

Deux conseils pour la résolution des exercices : faites un dessin quand cela est possible et expliquez-vous le problème en français.

L.1 Problèmes

L.1.1 Relatifs à la conversion d'unités et à la notation scientifique

Exercice 1 Alpha du Centaure C est l'étoile la plus proche de nous. Elle se situe à 4,238 AL de nous. Combien de km cela fait-il ? Exprimez le résultat en notation scientifique. Combien de parsec (pc) cela fait-il ? Réponse : 1,33 pc.

Exercice 2 Quelle est la distance Terre-Soleil en km, en UA et en AL ? Entre nous et l'étoile (autre que le Soleil) la plus proche, combien de fois peut-on mettre cette distance ? Réponses : $1,496 \cdot 10^8$ km, 1 UA, 16 μ AL et $268'228 \times$.

Exercice 3 Combien y a-t-il de fois la distance entre nous et Alpha du Centaure dans le diamètre de notre galaxie la Voie Lactée ($\phi_{galaxie} = 80'000$ AL) ? Réponse : $18'877 \times$.

Exercice 4 Sous quel angle (en $^\circ$, en $'$ et en $''$) voit-on le diamètre de la Lune depuis la Terre ($R_{Lune} = 0,2725 \cdot R_{Terre}$; $d_{Terre-Lune} = 3,84 \cdot 10^8$ m). Réponses : $0,5157^\circ$, $31'$ et $1860''$.

Exercice 5 La matière interstellaire est constituée de gaz neutre (hydrogène atomique et moléculaire), de gaz ionisé, de poussières et de particules cosmiques (électrons, protons, ...). La densité d'un

nuage de gaz neutre est de $0,1 \cdot 10^4$ atomes/cm³. Combien cela fait-il d'atomes par m³ ? Par l ? Réponses : 10^9 atomes et 10^6 atomes.

Exercice 6 La première mesure du rayon de la Terre a été faite à Alexandrie en 235 avant notre ère par Eratosthène^a. La méthode qu'il a utilisée est très simple. Il a tout d'abord observé qu'un certain jour de l'année le Soleil éclairait le fond d'un puits à Syène. Il en a déduit qu'à ce moment-là les rayons du Soleil alors parfaitement au zénith, pointaient directement vers le centre de la Terre (voir figure L.1). Par ailleurs, il a mesuré au même moment l'angle fait par ces mêmes rayons au sommet d'un bâton planté 5000 stades plus au nord, à Alexandrie. Comme le montre le schéma L.1, cet angle est l'angle au centre de la Terre que fait l'arc de cercle déterminé par la partie de méridien entre Syène et Alexandrie. Connaissant cet angle ($\alpha = 7,5^\circ$) et la longueur de l'arc de cercle ($L = 5000$ stades), il en déduisit le rayon de la Terre avec une précision extraordinaire pour l'époque : 4 % d'écart avec la valeur connue aujourd'hui.

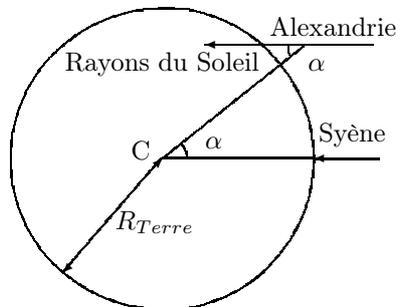
Sachant qu'un stade valait environ 160 m d'aujourd'hui, calculez le rayon R de la Terre obtenu par Eratosthène. Réponse : $6'111,55$ km.

L.1.2 Relatifs aux notions de déplacement, position et distance parcourue

Exercice 7 Un objet se déplace de la position $x = 0$ m à $x = 10$ m, puis à $x = 11$ m, puis à $x = -5$ m.

^a. Voir "Mécanique", Éric Lindemann, DeBoeck Université, 1999, p. 15,16.

FIGURE L.1 – Le rayon de la Terre par Eratosthène



Calculez le déplacement total et la distance totale parcourue. Réponses : -5 m et 27 m.

Exercice 8 Le conducteur d'une automobile qui se déplace à 120 km/h est inattentif pendant deux secondes. Quelle distance a-t-il parcourue pendant ce temps? Réponse : 66,6 m.

Exercice 9 La position en mètres d'un objet est donné par l'équation suivante :

$$x = \begin{cases} 2 \cdot t & \text{si } 0 \leq t \leq 4s \\ 8 & \text{si } 4 \leq t \leq 6s \\ -2 \cdot t + 20 & \text{si } 6 \leq t \leq 10s \end{cases}$$

Calculez le déplacement et la distance parcourue au bout de 10 s. Réponses : 0 m et 16 m.

Exercice 10 Deux trains se dirigent l'un vers l'autre sur une même voie. Ils se déplacent à 100 km/h par rapport au sol. Si la distance initiale qui les séparait était de 12 km, combien de temps auront-ils roulé quand aura lieu l'accident? Réponse : 0,06 h.

Exercice 11 Une voiture dont la vitesse est de 110 km/h se trouve 600 m derrière un camion dont la vitesse vaut 80 km/h. Combien de temps mettra-t-elle pour rattraper le camion? Réponse : 0,02 h.

L.1.3 Relatifs à la notion de vitesse

Exercice 12 Quelle est notre vitesse de rotation approximative à la surface de la Terre? N'utilisez pas votre machine à calculer et faites tous vos calculs en notation scientifique. Réponse : 1'600 km/h.

Exercice 13 Un joueur de pétanque tire la boule d'un adversaire. Celle-ci se trouve à 9 m de lui. En

supposant que la boule se déplace en ligne droite, à vitesse constante et que le joueur entend le bruit du carreau sur la boule adverse 1,2 s après l'avoir lancée, trouvez la vitesse de la boule. Le son se propage à une vitesse de 343 m/s. Réponse : 7,666 m/s.

Exercice 14 Un objet se déplace de $x_1 = 3,6$ cm à $x_2 = -5,2$ cm dans l'intervalle de temps entre $t_1 = 3$ s et $t_2 = 6,8$ s. Déterminez sa vitesse moyenne. Réponse : $-2,32$ cm/s.

Exercice 15 Quelle est la vitesse de rotation de la Terre autour du Soleil en km/s? La distance Terre-Soleil est de une unité astronomique (1 UA : le tableau A.2, page 97 en donne la correspondance dans l'unité du système international) et on suppose le mouvement circulaire. Réponse : 29,8 km/s.

Exercice 16 Grâce à la modélisation par ordinateur du squelette et des muscles des dinosaures¹⁰⁶, la longueur de la foulée du velociraptor a été établie à 3,058 m et celle du tyranosaure à 9,559 m. Le temps d'un cycle de marche a quant à lui été estimé à 0,284 s pour le velociraptor et 1,199 s pour le tyranosaure. Calculez la vitesse de ces deux dinosaures dans les unités du système international. Quelle vitesse cela représente-t-il en km/h? Vous pouvez comparer ces vitesses à celle du sprinter de l'exercice 18. Réponses : 10,8 m/s = 38,8 km/h et 8 m/s = 28,7 km/h.

L.1.4 Relatif à la notion d'accélération

Exercice 17 Une voiture roulant à 50 km/h freine soudainement pour ne pas heurter un piéton. Si la décélération maximale moyenne que ses pneus peuvent lui permettre est de -3 m/s² (route mouillée), en combien de temps s'arrêtera-t-elle? Réponse : 4,63 s.

Exercice 18 Calculez l'accélération moyenne d'un sprinter^b qui parvient à une vitesse de 10 m/s en 9,9 s. Réponse : 1,01 m/s².

Exercice 19 Déterminez l'accélération moyenne dans les cas suivants :

b. The physics of sports, A. Armenti, New York, 1992, p. 112.

- Un avion DC 10 qui part du repos atteint, en 50 s, une vitesse de 350 km/h au moment du décollage.
- Un avion s'approche d'un porte-avions à 190 km/h. Il se pose et est arrêté par un câble de retenue en 5 s.
- Une capsule spatiale passe d'une vitesse nulle à 1450 km/h en 3 s.

Réponses : 1,94 m/s², -10,56 m/s² et 134 m/s².

Exercice 20 A l'instant $t = 3$ s, une particule se trouve en $x = 7$ m à la vitesse de 4 m/s. A $t = 7$ s, elle est en $x = -5$ m à la vitesse de -2 m/s. Calculez sa vitesse et son accélération moyennes. Réponses : -3 m/s et -1,5 m/s².

L.1.5 Relatif au MRU

Exercice 21 Une voiture se déplace à la vitesse constante de 50 km/h pendant 5 min. Esquissez les graphes horaires de la position, de la vitesse et de l'accélération pendant cette période. Quelle est la distance totale parcourue ? Par quelle grandeur cette distance est-elle représentée sur le graphe de la vitesse en fonction du temps ? Réponse : 4'167 m.

Exercice 22 Une voiture de sport se déplaçant à la vitesse constante de 160 km/h est prise en chasse par une voiture de police alors que celle-ci à 1 km de retard. Pour rattraper la voiture de sport, la voiture de police prend très rapidement une vitesse de 180 km/h. Au bout de combien de temps et de quelle distance la police rattrapera la voiture de sport ? Réponses : 0,05 h et 9 km.

L.1.6 Relatif au MRUA

Exercice 23 Une voiture de police à l'arrêt démarre la poursuite d'un chauffard lorsque celui-ci la dépasse à une vitesse de 144 km/h. Son accélération est alors de 5 m/s². En combien de temps et sur quelle distance rattrape-t-elle le chauffard ? Quelle est alors sa vitesse ? Réponses : 16 s, 640 m et 288 km/h.

Exercice 24 Une voiture entre en collision frontalement avec un arbre. Sa vitesse juste avant le choc était de 50 km/h. Elle est stoppée net sur une distance de 1,5 m (le moteur est complètement écrasé).

Calculez la valeur de l'accélération (ici une décélération), exprimez-la comme un multiple de l'accélération terrestre g ($g = 9,81$ m/s²) et calculez le temps que dure la collision. Réponses : -64,3 m/s² = -6,55 · g et 0,216 s.

Exercice 25 Le chauffeur d'une voiture roulant à 40 m/s aperçoit soudain un kangourou 70 m devant lui. Quel sera l'avenir de l'animal si le temps de réaction du chauffeur est de 0,8 s et sa décélération maximale de 8 m/s² ? Réponse : bien sombre.

Exercice 26 Un plongeur capable de sauter sur place très haut peut s'élever de 50 cm. Quelle doit être sa vitesse initiale (supposez que le mouvement est un MRUA d'accélération $g = 9,81$ m/s²) ? Un dauphin peut s'élever lui 6 m au-dessus de l'eau. Quelle est sa vitesse verticale initiale ? Réponses : 11,3 km/h et 39 km/h.

Exercice 27 Un plongeur s'élance du haut de la plate-forme des dix mètres d'un plongoir.

1. Combien de temps met-il pour arriver dans l'eau s'il se laisse tomber ?
2. Combien de temps met-il pour arriver dans l'eau si sa vitesse initiale est horizontale et vaut 1 m/s ?
3. Combien de temps met-il pour arriver dans l'eau si sa vitesse initiale est verticale vers le haut et vaut 1 m/s ?

Dans les cas 1 et 3, à quelle vitesse arrive-t-il dans l'eau ? Réponses : 1,43 s, 1,43 s et 1,53 s.

Exercice 28 Un objet est lâché à la surface de la terre d'une hauteur h . Déterminez la vitesse à laquelle il arrive au sol en fonction de h et de g . Réponse : $\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Exercice 29 Une voiture de course tente d'arriver en 4 s à 100 km/h départ arrêté. Déterminez quelle accélération (supposée constante) il lui faut pour cela et la distance qu'elle va parcourir. Réponses : 6,94 m/s² et 55,56 m.

Exercice 30 Une moto passe de 50 km/h à 100 km/h sur une distance de 59 m. A combien de g son conducteur est-il soumis ? Réponse : un demi g .

Exercice 31 Un plongeur s'élance de la plate-forme des cinq mètres avec une vitesse horizontale de 2 m/s.

1. Combien de temps mettra-t-il pour arriver dans l'eau ?
2. Si on suppose sa vitesse horizontale constante, à quelle distance du pied du bord de la plateforme arrivera-t-il dans l'eau ?

Réponses : 1,01 s et 2,02 m.

Exercice 32 Une petite fusée d'enfant a pour deux minutes de carburant. Elle s'élève dans les airs à une vitesse moyenne de 3 m/s pendant la phase de poussée. A la fin de cette phase, sa vitesse atteint 4 m/s (son accélération n'est pas constante durant cette première phase). Calculez à quelle hauteur elle s'est élevée et combien de temps à duré son vol. Réponses : 360,8155 m et 128,98 s.

L.1.7 Relatifs à la physique aristotélicienne

Exercice 33 Un scooter se déplaçant à la vitesse de 5 km/h sur un lac gelé horizontal tire verticalement un petit obus éclairant. Il monte et retombe en 2 s. Déterminez, selon la théorie aristotélicienne du mouvement son lieu d'atterrissage sur le lac. A ce moment-là, déterminez sa distance au scooter. Réponse : 2,76 m.

Exercice 34 La vigie d'un trois-mâts laisse tomber son couteau. Il met 0,8 s pour arriver sur le pont. Le bateau se déplace à 8 km/h. Selon la théorie d'Aristote, déterminez à quelle distance du pied du mât il va se planter. Réponse : 1,78 m.

Exercice 35 Un touriste visitant Paris laisse tomber une pièce de cinq francs du haut du premier étage de la Tour Eiffel. En tenant compte de la vitesse de Paris autour de l'axe de rotation de la Terre et selon la cinématique d'Aristote, calculez la distance au pied du point de chute à laquelle la pièce va arriver au sol. Le temps de chute est de 2,1 s et la latitude de Paris vaut $\beta = 48^\circ 48'$. On ne tiendra compte que du déplacement de Paris dû à la rotation de la Terre sur elle-même. Réponse : 640,5 m.

L.1.8 Relatifs à la physique newtonienne

Pour résoudre un problème de mécanique newtonienne, aucune méthode n'est prescrite. Cependant, dans la mesure où le problème est bien posé (c'est

là une étape particulièrement difficile à réaliser et pour laquelle il faut rester ouvert à toute bonne idée), une suite d'opérations assez bien définie permet de résoudre clairement le problème.

Attention, cette "procédure", qui présente beaucoup d'avantages, est aussi assez stricte pour éliminer des idées originales parfaitement valables et efficaces. Il faut donc l'utiliser sans dogmatisme. Elle consiste en ce qui suit :

Méthode de résolution des problèmes

Choisir le système. C'est l'étape la plus importante. Elle est fondamentale, car c'est du choix du système que dépend la possibilité d'exprimer les grandeurs nécessaires à la résolution du problème. En particulier, il faut choisir le système de manière à éliminer, dans la mesure du possible, les grandeurs qui sont inconnues et non nécessaires.

Choisir un système d'axes. Simple et, si possible, orienté dans le sens supposé de l'accélération. Cela permet d'éliminer un certain nombre de fautes de signe.

Faire un dessin avec forces extérieures.

Il ne faut en oublier aucune. La détermination du caractère extérieur des forces en jeu est évidemment aussi une étape difficile. Mais elle est fondamentale.

Spécifier les contraintes sur le système.

Par exemple : se déplace uniquement horizontalement.

Écrire les équations du mouvement. Il

s'agit d'écrire la seconde loi de Newton sur chaque axe. Il faut donc décomposer les vecteurs forces et accélération sur ceux-ci.

Résoudre le problème. Vérifier que le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues. A l'aide des équations décrivant les contraintes et des équations du mouvement, résoudre alors le problème.

Vérifier la solution sur des cas simples.

Par exemple, si on a obtenu l'accélération d'un objet sur un plan incliné, il faut vérifier que si celui-ci est vertical, alors l'accélération est celle de la chute libre.

Exercice 36 Une fusée d'une masse de 60 tonnes décolle verticalement. Au bout d'une minute, elle atteint la vitesse de 1000 km/h. En supposant l'accélération constante, calculez la force totale des moteurs. Réponse : 866'400 N.

Exercice 37 Une voiture tire une remorque à vitesse constante. Si la force de frottement qui s'exerce sur la remorque vaut 500 N, quelle est la force exercée par la voiture sur la remorque ? Quelle est la somme des forces qui s'exercent sur la remorque ? Répondez aussi à ces deux questions si la voiture a une accélération de 5 m/s^2 et la remorque une masse de 500 kg. Réponses : 500 N, nulle, 3000 N et 2500 N.

Exercice 38 Un ascenseur de masse $m = 200 \text{ kg}$, dans lequel une personne de 60 kg se trouve, monte avec une accélération de 4 m/s^2 . Quelle est la force exercée par le câble sur l'ascenseur ? Réponse : 3590,6 N.

Exercice 39 Une voiture de deux tonnes roulant à 50 km/h freine brusquement pour s'arrêter sur une distance de 40 m. Calculez la force de frottement des pneus et expliquez précisément d'où elle vient. Réponse : -4'822,5 N.

Exercice 40 Un train de 300 tonnes (locomotive : 50 tonnes, wagons : 250 tonnes) accélère de 0 à 10 km/h en une minute. On néglige les frottements.

1. Calculez la force F_{tot} nécessaire pour réaliser cette augmentation de vitesse.
2. Quelle force F la locomotive exerce-t-elle sur les wagons ?
3. Combien de temps durerait le démarrage si la locomotive n'avait pas de wagons (elle exerce la même force qu'au premier point) ?

Réponses : 13'889 N, 11'500 N et 10 s.

Exercice 41 On lance une balle de masse $m = 100 \text{ g}$ vers le haut avec une vitesse $v_o = 2 \text{ m/s}$. Si elle est soumise à une force de frottement $F_{fr} = 0,05 \text{ N}$ pendant tout son vol, jusqu'à quelle hauteur monte-t-elle ? Réponse : 19,4 cm.

Exercice 42 Un vaisseau spatial d'une masse $m = 9 \text{ tonnes}$ se déplace à une vitesse $v_o = 10'000 \text{ km/h}$ pendant cinq minutes. Puis il enclenche ses moteurs. Ils lui fournissent une poussée P de 1000 N

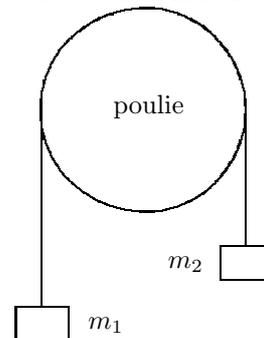
pendant 30 s. Quelle est la distance parcourue jusqu'au moment où il coupe ses moteurs ? Réponse : 916,7 km.

Exercice 43 Un électron initialement au repos est accéléré jusqu'à une vitesse de 1% de la vitesse de la lumière sur une distance de 30 m. Quelle est la force totale qui s'exerce sur lui ? Réponse : $1,37 \cdot 10^{-19} \text{ N}$.

Exercice 44 Une araignée de masse $m = 5 \text{ g}$ est suspendue par son fil au plafond. Elle ne bouge pas. Quelle force le fil exerce-t-il sur elle ? Elle se met à descendre en freinant sa chute à l'aide de son fil avec une force $F = 0,01 \text{ N}$. Si elle descend d'une hauteur $d = 2 \text{ m}$, combien de temps met-elle pour le faire et à quelle vitesse arrive-t-elle en bas ? Réponses : 0,716 s et 5,59 m/s.

Exercice 45 Une corde aux extrémités de laquelle sont suspendues deux masses $m_1 = 2 \text{ kg}$ et $m_2 = 3 \text{ kg}$ est suspendue à une poulie (voir figure L.2). On lâche les masses (il s'agit de ce qu'on appelle une machine de Atwood). Quelle est leur accélération ? Réponse : $1,962 \text{ m/s}^2$.

FIGURE L.2 – La poulie ou machine de Atwood



L.1.9 Relatifs aux forces

Exercice 46 Une personne de masse $m = 70 \text{ kg}$ prend l'ascenseur. Elle se place sur une balance. Durant la première phase de montée, l'accélération vaut 2 m/s^2 . Puis suit une phase à vitesse constante et enfin l'ascenseur décélère à 3 m/s^2 . Trouvez dans chaque cas la force exercée par la balance sur la personne (en divisant par l'accélération terrestre, on obtient la valeur que marquerait une balance

sous les pieds de la personne). Réponses : 84,3 kg, 70 kg et 48,6 kg.

Exercice 47 Calculez la grandeur de la force exercée par deux boules de pétanque de masse $m = 1$ kg l'une sur l'autre. Elles sont distantes de 0,5 m. Réponse : $2,668 \cdot 10^{-10}$ N.

Exercice 48 Calculez la masse de la Terre. On donne $g = 9,81$ m/s² et le rayon terrestre moyen $R_T = 6'370$ km. Réponse : $5,97 \cdot 10^{24}$ kg.

Exercice 49 Calculez l'accélération de la pesanteur de la Lune avec les données des tables. Réponse : $1,62$ m/s².

Exercice 50 Quelle force faut-il exercer sur un ressort de constante $k = 800$ N/m pour le déformer de 10 cm ? Réponse : 80 N.

Exercice 51 Quelle est la constante d'un ressort qui s'allonge de 12 cm lorsqu'on lui suspend une masse de 100 g ? Réponse : 8,175 N/m.

Exercice 52 Une voiture de deux tonnes roulant à 50 km/h freine brusquement pour s'arrêter sur une distance horizontale de 40 m. Calculez le coefficient de frottement des pneus sur la route. Réponse : 0,25.

Exercice 53 Une voiture a une masse $m = 1000$ kg dont 600 s'exercent sur les roues avant et 400 sur les roues arrière. Calculez l'accélération maximale de cette automobile si le coefficient de frottement pneu-route vaut $\mu_o = 0,5$. La route est horizontale.

1. La traction se fait par les roues avant uniquement,
2. La traction est arrière,
3. C'est une traction quatre roues.

Réponses : $2,943$ m/s², $1,962$ m/s² et $4,905$ m/s².

L.1.10 Relatifs à l'énergie

Exercice 54 Un hélicoptère monte une masse de 50 kg avec une accélération de 4 m/s² sur une distance de 100 m. Calculez le travail de la force de traction qui s'exerce sur la masse. Réponse : 69'050 J.

Exercice 55 Quelle est l'énergie potentielle de la masse du problème 54 à une hauteur de 100 m ? Quelle est son énergie cinétique à la même place si la vitesse initiale est nulle ? Réponses : 49'050 J et 20'022,25 J.

Exercice 56 Estimez l'énergie cinétique

- d'un coureur de 100 m de masse 80 kg,
- d'une voiture de masse 800 kg roulant à 10 m/s et
- d'une balle de fusil de 10 g se déplaçant à 800 m/s.

Réponses : 4000 J, 40'000 J et 3200 J.

Exercice 57 Calculez le travail du poids d'un objet de masse $m = 3$ kg quand on le monte à vitesse constante de 4 m, le déplace de 5 m horizontalement, le redescend de 4 m et le ramène à sa position initiale. Calculez le travail pour chaque étapes et le travail total. Réponses : $-117,72$ J, 0 , $117,72$ J, 0 et 0 .

Exercice 58 Calculez le travail produit par une force de 15 N s'exerçant constamment à 10° par rapport au déplacement. Celui-ci est rectiligne et d'une distance de 20 m. Réponse : 295,4 J.

L.1.11 Relatifs à la conservation de l'énergie

Exercice 59 Sans l'aide de l'accélération, calculez la vitesse d'une personne qui a sauté (sans vitesse initiale) d'un plongeur de 10 m et arrive dans l'eau. Réponse : 50,4 km/h.

Exercice 60 On lance verticalement vers le haut un objet de poids 100 N avec une vitesse initiale $v_o = 10$ m/s. A quelle hauteur h est-il momentanément arrêté ? Réponse : 5,1 m.

Exercice 61 Une tuile d'une masse de 2 kg se met à glisser du haut d'un toit dont le sommet se trouve à 30 m. Au moment où elle quitte le toit, sa hauteur vaut 25 m (on ne tient pas compte du frottement de la tuile sur le toit). Calculez la distance au pied du toit à laquelle la tuile arrivera au sol. L'angle du toit par rapport à l'horizontale vaut 15° . Réponse : 19,12 m.

Exercice 62 Une voiture de deux tonnes roulant horizontalement augmente sa vitesse de 5 à 10 km/h. Quelle est l'augmentation de son énergie cinétique ? Réponse : 5787 J.

L.1.12 Relatifs à l'énergie hydraulique

Exercice 63 Robinson Crusoe décide de s'éclairer en construisant une petite centrale électrique qui amène l'eau à travers une conduite forcée en bambou d'une hauteur de 22 m. Le débit étant de 30 l/s et le rendement faible de l'ordre de 40%, calculez combien d'ampoules de 40 W il pourra utiliser s'il branche simultanément un frigo de 1 kW et sa machine à laver de 1,2 kW. Réponse : 9.

Exercice 64 Le même Robinson Crusoe veut prélever 5% de l'eau de sa rivière (hauteur de chute 22 m, débit 30 l/s et $\eta = 40\%$) pour faire monter mécaniquement un petit ascenseur lui permettant de s'élever en 2 min de deux étages dans sa grotte. Si Robinson a une masse de 60 kg, que la hauteur d'un étage est de 2 m et que les frottements représentent 50% de l'énergie nécessaire pour monter, y parviendra-t-il ? Réponse : oui.

Exercice 65 On désire fournir 3'000 kWh d'énergie pendant une année à chacun des ménages d'une ville de 30'000 habitants. Si le nombre moyen de personnes par ménage est de deux et demi, quel doit être le débit de la conduite d'eau d'une hauteur de 74 m nécessaire pour cela. Le rendement vaut $\eta = 90\%$. Quel type de turbine faut-il choisir ? Réponse : Francis.

L.1.13 Relatifs à l'énergie éolienne

Exercice 66 Un vent de force 4 sur l'échelle Beaufort, soufflant à 21,6 km/h, fait tourner une éolienne dont les pales ont une longueur de 22 m. Quelle est la puissance du vent qui traverse cette éolienne ? La masse volumique de l'air est : $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$. Réponse : 212,333 kW.

Exercice 67 Une éolienne a des pales dont l'extrémité tourne à une vitesse de 277,2 km/h et dont la longueur vaut 30 m. Sachant qu'elle tourne à 90% de la limite de Betz et que la vitesse du vent est de 32,4 km/h, calculez sa vitesse de rotation en tr/set la puissance qu'elle fournit. La masse volumique de l'air est : $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$. Réponses : 0,41 tr/s et 710 kW.

Exercice 68 Un particulier désire alimenter la lampe de son petit cabanon de jardin avec une éolienne. En admettant que le vent moyen qui va la

traverser souffle à 14,4 km/h (3 Beaufort), que la lampe nécessite une puissance de 40 W et que l'éolienne tourne à 40% de la limite de Betz, calculez la longueur des pales nécessaires. La masse volumique de l'air est : $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$. Réponse : 1,14 m.

L.1.14 Relatifs à l'énergie solaire

Exercice 69 On désire chauffer une masse de 100 l d'eau ($c_{eau} = 4'180 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$) en quatre heures. Quelle est la surface de panneaux solaire nécessaire. On donne $B = 0,8$, $K = 3 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ et la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur des capteurs $\Delta\theta = 20^\circ\text{C}$. La puissance du rayonnement incident est de 120 W/m^2 . Réponse : $16,2 \text{ m}^2$.

Exercice 70 Quel est le débit d'eau ($c_{eau} = 4'180 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$) nécessaire pour évacuer l'énergie produite par 5 m^2 de capteurs solaires thermiques caractérisés par $B = 0,7$, $K = 2 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ et la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur des capteurs $\Delta\theta = 15^\circ\text{C}$. La puissance du rayonnement incident est de 150 W/m^2 . Réponse : 21,6 l/h.

Exercice 71 Un particulier consomme 2500 kWh/an d'énergie électrique. Il désire produire lui-même une partie de cette énergie à l'aide de cellules solaires électriques. Il installe donc 8 m^2 de panneaux photoélectriques. Cela lui permet-il de subvenir à ses besoins ? Sinon, quelle est la puissance d'appoint dont il a besoin ? Il se trouve dans une région où la puissance solaire incidente est de 160 W/m^2 . Réponses : non et 125,4 kW.

L.2 Solutions

1 Comme le nombre de knest 1000 fois plus petit que le nombre de mètres et que $1 \text{ AL} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$, on a :

$$\begin{aligned} 4,238 \text{ AL} &= 4,238 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \\ &= 4 \cdot 10^{16} \text{ m} = 4 \cdot 10^{13} \text{ km} \end{aligned}$$

Comme $1 \text{ pc} \approx 3 \cdot 10^{16} \text{ m}$, on a :

$$4 \cdot 10^{16} \text{ m} \approx \frac{4 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^{16}} = 1,33 \text{ pc}$$

2 La distance Terre-Soleil vaut $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$. On a donc :

$$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Par ailleurs, par définition de l'unité astronomique (UA), on a :

$$1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} = 1 \text{ UA}$$

Finalement, avec $1 \text{ AL} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$, on a :

$$\begin{aligned} 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} &= \frac{1,496 \cdot 10^{11}}{9,46 \cdot 10^{15}} \\ &= 1,58 \cdot 10^{-5} \text{ AL} \cong 16 \mu\text{AL} \end{aligned}$$

L'exercice 1 nous indique que l'étoile la plus proche de nous est à $4,238 \text{ AL}$. On a donc :

$$\frac{4,238}{1,58 \cdot 10^{-5}} = 2,68 \cdot 10^5 \times$$

Alpha du Centaure se trouve donc à $268'228 \times$ la distance Terre-Soleil.

3 Le diamètre de notre galaxie est de $80'000 \text{ AL}$. L'exercice 1 nous indique que la distance à Alpha du Centaure vaut $4,238 \text{ AL}$. Ainsi, on a :

$$\frac{80'000}{4,238} = 18'877 \times$$

Le diamètre de la galaxie représente donc $18'877 \times$ la distance à l'étoile la plus proche de nous.

4 La distance Terre-Lune est beaucoup plus grande que le diamètre de la Lune. L'angle est donc petit et

on peut écrire la relation d'arc donnée par l'équation A.2 :

$$\begin{aligned} D &= 2 \cdot R_{Lune} = d \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2 \cdot R_{Lune}}{d_{Terre-Lune}} \\ \alpha &= \frac{2 \cdot 0,2725 \cdot 6,371 \cdot 10^6}{3,84 \cdot 10^8} = 0,009 \text{ rad} \end{aligned}$$

Comme $180^\circ = \pi \text{ rad}$, l'angle considéré est :

$$\alpha = 0,009 \cdot \frac{180}{\pi} = 0,5157^\circ$$

Comme un degré vaut soixante minutes d'arc, $1^\circ = 60'$, on a :

$$\alpha = 0,5157^\circ = 0,5157 \cdot 60 = 31'$$

et :

$$\alpha = 31' = 31 \cdot 60 = 1860''$$

5 Dans 1 m^3 , on trouve 1000 dm^3 et 10^6 cm^3 . Ainsi, dans 1 m^3 , on trouve un million de fois plus d'atomes que dans 1 cm^3 . On a donc par m^3 :

$$n_{\text{atomes}} = 0,1 \cdot 10^4 \cdot 10^6 = 10^9 \text{ atomes}$$

Et par litre, c'est-à-dire par dm^3 :

$$n_{\text{atomes}} = 0,1 \cdot 10^4 \cdot 10^3 = 10^6 \text{ atomes}$$

6 La relation d'arc donnée par l'équation A.2 nous permet d'écrire :

$$L = R \cdot \alpha \Rightarrow R = \frac{L}{\alpha}$$

Avec la longueur L en m et l'angle α en rad :

$$L = 5000 \cdot 160 = 8 \cdot 10^5 \text{ m}$$

$$\alpha = 7,5 \cdot \frac{\pi}{180} = 0,13 \text{ rad}$$

Ainsi, le rayon de la Terre d'Eratosthène valait :

$$R = \frac{8 \cdot 10^5}{0,13} = 6'111'550 \text{ m} = 6'111,55 \text{ km}$$

Sachant que la valeur actuelle du rayon moyen de la Terre vaut :

$$R_{\text{Terre}} = 6'371,03 \text{ km}$$

à l'aide de l'équation D.1, on peut déterminer l'écart entre les deux valeurs :

$$e = \frac{6'371,03 - 6'111,55}{6'371,03} \cdot 100 = 4,1\%$$

7 Par définition, le déplacement se calcule par :

$$D = \Delta x = x_f - x_i = -5 - 0 = -5 \text{ m}$$

Et la distance parcourue est la distance réellement effectuée :

$$d = 10 + 1 + 11 + 5 = 27 \text{ m}$$

8 Pour passer de km/h en m/s, il faut diviser par un facteur de 3,6. En effet :

$$120 \text{ km/h} = \frac{120 \cdot 10^3 \text{ m/h}}{3600 \text{ s/h}} = \frac{120}{3,6} = 33,3 \text{ m/s}$$

Ainsi, la distance parcourue en deux secondes est :

$$d = v \cdot t = 33,3 \cdot 2 = 66,6 \text{ m}$$

9 Comme la position au bout de 10 s se calcule par :

$$x(10 \text{ s}) = -2 \cdot 10 + 20 = 0 \text{ m}$$

le déplacement est donné par :

$$D = \Delta x = x_f - x_i = 0 - 0 = 0 \text{ m}$$

Selon l'équation de la position donnée ici, le mouvement de l'objet est le suivant :

1. à la vitesse constante de 2 m/s l'objet se déplace pendant 4 s,
2. il s'arrête de 4 à 6 s et
3. il revient en arrière à la vitesse de -2 m/s de 6 à 10 s.

Ainsi, l'objet parcourt dans un premier temps $2 \cdot 4 = 8 \text{ m}$ en avant et dans un second temps 8 m en arrière. La distance parcourue est donc :

$$d = 8 + 8 = 16 \text{ m}$$

10 Deux raisonnements sont possibles :

- On s'imagine être dans un train qu'on ne voit pas bouger. Sa vitesse par rapport à nous est nulle. L'autre train se trouve au départ à une distance de 12 km et se déplace par rapport à nous à une vitesse relative de 200 km/h (sa vitesse et notre vitesse sont cumulées). Ainsi, on peut écrire :

$$v = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{12}{200} = 0,06 \text{ h}$$

- On définit le zéro du système d'axes à la position du premier train au moment où ils sont séparés de 12 km. L'équation de la position du premier train est alors :

$$x_1 = 100 \cdot t$$

Comme la position initiale du second train vaut 12 km et qu'il s'approche, sa vitesse est négative et l'équation de sa position au cours du temps est :

$$x_2 = -100 \cdot t + 12$$

La condition de rencontre s'écrit alors :

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ 100 \cdot t &= -100 \cdot t + 12 \Rightarrow \\ 200 \cdot t &= 12 \Rightarrow t = \frac{12}{200} = 0,06 \text{ h} \end{aligned}$$

Le premier raisonnement se fait par rapport à l'un des objets en mouvement. Il est dit relatif. Le second raisonnement se fait par rapport à un référentiel commun : le sol. Il est dit absolu.

Mais quel que soit le référentiel, le résultat est le même.

11 Deux raisonnements sont possibles :

- On s'imagine être dans le camion qu'on ne voit pas bouger. Sa vitesse par rapport à nous est nulle. La voiture, elle, se trouve au départ à une distance de 0,6 km et se déplace par rapport à nous à une vitesse relative de $110 - 80 = 30 \text{ km/h}$ (sa vitesse est diminuée de notre vitesse, puisqu'on la fuit). Ainsi, on peut écrire :

$$v = \frac{\Delta x}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0,6}{30} = 0,02 \text{ h}$$

- On définit le zéro du système d'axes à la position de la voiture au moment où la voiture et le camion sont séparés de 0,6 km. L'équation de la position de la voiture est alors :

$$x_v = 110 \cdot t$$

Comme la position initiale du camion vaut 0,6 km et qu'il va dans la même direction que la voiture, l'équation de sa position au cours du temps est :

$$x_c = 80 \cdot t + 0,6$$

La condition de rencontre s'écrit alors :

$$\begin{aligned}x_v &= x_c \\110 \cdot t &= 80 \cdot t + 0,6 \Rightarrow \\30 \cdot t &= 0,6 \Rightarrow t = \frac{0,6}{30} = 0,02 \text{ h}\end{aligned}$$

Le premier raisonnement se fait par rapport à l'un des objets en mouvement. Il est dit relatif. Le second raisonnement se fait par rapport à un référentiel commun : le sol. Il est dit absolu.

Mais quel que soit le référentiel, le résultat est le même.

12 On sait que le rayon de la Terre vaut environ 6'400 km. Sa circonférence vaut donc :

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r \approx 2 \cdot 3 \cdot 6'000 = 36'000 \text{ km} \approx 40'000 \text{ km}$$

Sa vitesse se calcule donc ainsi :

$$\begin{aligned}v &= \frac{C}{t} \approx \frac{40'000}{24} \approx \frac{40'000}{25} \\&= 40'000 \cdot \frac{4}{100} = 400 \cdot 4 = 1'600 \text{ km/h}\end{aligned}$$

En réalité, on a :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6'371}{24} = 1668 \text{ km/h}$$

Ce qui correspond à un écart (équation D.1) de :

$$e = \frac{1668 - 1600}{1668} \cdot 100 = 4\%$$

Ce qui est un bon écart, compte tenu des grosses approximations faites.

13 Le temps donné t_{tot} est constitué du temps t_{boule} mis par la boule pour aller frapper celle de l'adversaire et du temps t_{son} mis par le son pour revenir se faire entendre par le joueur. On a donc :

$$t_{tot} = 1,2 = t_{boule} + t_{son}$$

Or, pour avoir la vitesse de la boule sur les 9 m de son parcours, il nous faut t_{boule} . Pour cela, il faut donc calculer t_{son} , qui est le temps mis par le son pour parcourir 9 m à la vitesse de 343 m/s :

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{9}{343} = 0,026 \text{ s}$$

Ainsi, le temps de parcours de la boule est :

$$t_{boule} = 1,2 - t_{son} = 1,2 - 0,026 = 1,174 \text{ s}$$

Et la vitesse de la boule est finalement :

$$v_{boule} = \frac{9}{1,174} = 7,666 \text{ m/s}$$

14 Par définition de la vitesse moyenne, on a tout simplement :

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-5,2 - 3,6}{6,8 - 3} = -2,32 \text{ cm/s}$$

15 Le rayon du cercle parcouru par le Soleil vaut donc en mètres :

$$\begin{aligned}d_{Terre-Soleil} &= 1 \text{ UA} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} \\&= 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}\end{aligned}$$

La distance parcourue par le Soleil est donc de :

$$d = 2 \cdot \pi \cdot d_{Terre-Soleil} = 9,4 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Comme la période de rotation T , c'est-à-dire le temps mis par la Terre pour faire un tour autour du Soleil, est d'une année, soit 365 jours, la vitesse moyenne est :

$$v = \frac{d}{T} = \frac{9,4 \cdot 10^8}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 29,8 \text{ km/s}$$

16 On a simplement pour le velociraptor :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{3,058}{0,284} = 10,8 \text{ m/s} = 38,8 \text{ km/h}$$

Et pour le tyranosaure :

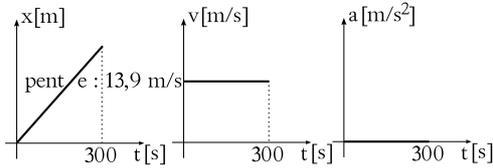
$$v = \frac{d}{t} = \frac{9,559}{1,199} = 8 \text{ m/s} = 28,7 \text{ km/h}$$

La comparaison montre que la vitesse d'un sprinter (10 m/s = 36 m/s est légèrement inférieure à celle d'un velociraptor.

17 Par définition de l'accélération, on a :

$$\begin{aligned}a &= \frac{v_f - v_i}{t} \Rightarrow \\t &= \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 - 50/3,6}{-3} = 4,63 \text{ s}\end{aligned}$$

FIGURE L.3 – Graphes horaires du MRU.



18 On a simplement :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{10 - 0}{9,9} = 1,01 \text{ m/s}^2$$

19 On a successivement :

– pour le DC 10 :

$$a = \frac{350/3,6 - 0}{50} = 1,94 \text{ m/s}^2$$

– pour l'avion sur le porte-avions :

$$a = \frac{0 - 190/3,6}{5} = -10,56 \text{ m/s}^2$$

C'est une décélération et l'accélération est donc négative.

– pour la capsule spatiale :

$$a = \frac{1450/3,6 - 0}{3} = 134 \text{ m/s}^2$$

20 Par définition de la vitesse moyenne, on a :

$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{-5 - 7}{7 - 3} = -3 \text{ m/s}$$

Par définition de l'accélération moyenne, on a :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{-2 - 4}{7 - 3} = -1,5 \text{ m/s}^2$$

21 Les graphes sont présentés à la figure L.3.

La distance totale parcourue se calcule simplement :

$$d = v \cdot t = \frac{50}{3,6} \cdot 5 \cdot 60 = 4'167 \text{ m}$$

Sur le graphe de la vitesse en fonction du temps, la distance parcourue apparaît simplement être l'aire sous le graphe. En effet, la base $t = 5 \cdot 60 = 300 \text{ s}$ multipliée par la hauteur $v = 50/3,6 = 13,9 \text{ m/s}$ donne bien la distance parcourue.

22 On va décrire mathématiquement le mouvement des voitures de sport et de police.

Les deux mouvements sont des MRU. On peut donc écrire, dans un système d'axes dont l'origine est sur la voiture de police au moment où elle entame sa poursuite :

$$\begin{aligned} v_{police} &= 180 \cdot t \\ v_{sport} &= 160 \cdot t + 1 \end{aligned}$$

La condition de rencontre s'écrit alors :

$$\begin{aligned} v_{police} = v_{sport} &\Rightarrow 180 \cdot t = 160 \cdot t + 1 \Rightarrow \\ 20 \cdot t &= 1 \\ t &= \frac{1}{20} = 0,05 \text{ h} \end{aligned}$$

La voiture de police se trouve alors à une distance de l'origine du système d'axes de :

$$x_{police} = 180 \cdot 0,05 = 9 \text{ km}$$

Alors que la voiture de sport est à la même place :

$$x_{sport} = 160 \cdot 0,05 + 1 = 9 \text{ km}$$

Ce qu'il fallait montrer.

23 Ici, aucune symétrie n'est présente. Comme les deux voitures ne sont pas à vitesse constante, on ne peut calculer de vitesse relative pour résoudre le problème. Il faut donc procéder en décrivant les deux mouvements par rapport au sol. Ainsi, avec $144 \text{ km/h} = 40 \text{ m/s}$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} MRU &\Rightarrow x_{chauffard} = 40 \cdot t \\ MRUA &\Rightarrow x_{police} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 \end{aligned}$$

La condition de rencontre permet alors de trouver le temps cherché :

$$\begin{aligned} x_{chauffard} = x_{police} &\Rightarrow \\ 40 \cdot t &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2 \Rightarrow \\ 40 &= 2,5 \cdot t \Rightarrow t = 16 \text{ s} \end{aligned}$$

car la solution $t = 0 \text{ s}$ est à rejeter. En effet, elle correspond au début de la poursuite.

La position à laquelle se trouvent les deux voitures, qui est en même temps la distance qu'elles

ont parcourues, est alors :

$$x_{chauffard} = 40 \cdot 16 = 640 \text{ m}$$

$$x_{police} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 16^2 = 640 \text{ m}$$

Les deux positions sont bien évidemment les mêmes.

Quant aux vitesses lors de la rencontre, elles sont :

$$v_{chauffard} = 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$$

$$v_{police} = 5 \cdot 16 = 80 \text{ m/s} = 288 \text{ km/h}$$

24 On fait l'hypothèse d'un MRUA. La voiture est stoppée sur une distance de 1,5 m. On peut donc écrire :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow$$

$$0^2 = \left(\frac{50}{3,6}\right)^2 + 2 \cdot a \cdot 1,5 \Rightarrow$$

$$a = -\frac{13,89^2}{3} = -64,3 \text{ m/s}^2 = -6,55 \cdot g$$

Le temps de collision est donc de :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \Rightarrow$$

$$t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 - 50/3,6}{-64,3} = 0,216 \text{ s}$$

25 Oublions la position du kangourou et calculons la distance totale d'arrêt d_t . Elle se compose de la distance de réaction d_r et la distance de freinage d_f :

$$d_t = d_r + d_f$$

Pour la distance de réaction, on a :

$$d_r = v \cdot t = 40 \cdot 0,8 = 32 \text{ m}$$

Pour la distance de freinage, il faut faire l'hypothèse d'un MRUA. Comme le mouvement est une décélération, c'est-à-dire un freinage, l'accélération est négative, et on a :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d_f \Rightarrow$$

$$0^2 = 40^2 + 2 \cdot (-8) \cdot d_f \Rightarrow$$

$$d_f = \frac{40^2}{16} = 100 \text{ m}$$

Ainsi, la distance totale d'arrêt vaut :

$$d_t = 32 + 100 = 132 \text{ m}$$

Comme le kangourou se trouve à 70 m, son avenir serait bien sombre s'il n'avait pas cette prodigieuse capacité à rebondir.

26 Un objet qui n'est soumis qu'à son poids est en chute libre, même s'il monte. Ainsi, l'accélération du plongeur, comme du dauphin, dans sa phase d'ascension vaut $-9,81 \text{ m/s}^2$. En effet, on a une décélération. Comme celle-ci est constante et que la vitesse au sommet est nulle, on peut écrire pour le plongeur :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow$$

$$0^2 = v_o^2 + 2 \cdot (-9,81) \cdot 0,5 \Rightarrow$$

$$v_o = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,5} = 3,132 \text{ m/s} = 11,3 \text{ km/h}$$

Et de la même manière, pour le dauphin :

$$v_o = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 6} = 10,85 \text{ m/s} = 39 \text{ km/h}$$

27 Le plongeur est en chute libre. Son accélération vaut donc $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. On fixe un axe vertical dont l'origine se situe à 10 m et qui pointe vers le bas. On peut alors écrire :

$$x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{o \text{ verticale}} \cdot t \Rightarrow$$

$$10 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 + v_{o \text{ verticale}} \cdot t$$

Avec dans le premier cas, comme dans le second, une vitesse initiale verticale nulle, on peut écrire :

$$10 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9,81}} = 1,43 \text{ s}$$

Ce qui donne une vitesse juste avant d'entrer dans l'eau de :

$$v = a \cdot t = 9,81 \cdot 1,43 = 14 \text{ m/s} = 50,5 \text{ km/h}$$

Le premier et le second cas ne sont pas différents du point de vue du temps de chute. Néanmoins, la distance parcourue par le plongeur qui se déplace horizontalement est plus grande que celle du plongeur qui se laisse tomber. Mais sa vitesse totale (horizontale et verticale) est aussi plus grande. On peut ainsi comprendre qu'ils arriveraient en bas simultanément s'ils partaient en même temps.

Le troisième cas est plus complexe puisqu'il faut tenir compte d'une vitesse $v_o = -1 \text{ m/s}$ dans le sens contraire de l'axe :

$$10 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 - 1 \cdot t \Rightarrow$$

$$0 = 4,905 \cdot t^2 - t - 10$$

Ce qui constitue une équation à une inconnue (t), mais du second degré. Sa solution est donnée par :

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 4,905 \cdot (-10)}}{2 \cdot 4,905}$$

$$= \frac{1 \pm 14}{9,81} = \begin{cases} 1,53 \text{ s} \\ -1,33 \text{ s} \end{cases}$$

Évidemment, la solution négative est à rejeter et la solution positive est supérieure au temps de chute calculé précédemment puisque le plongeur parcourt une certaine distance vers le haut avant de tomber.

En ce qui concerne la vitesse, dans le troisième cas on peut simplement déterminer la vitesse par :

$$v = a \cdot t = 9,81 \cdot 1,53 - 1 = 14 \text{ m/s} = 50,5 \text{ km/h}$$

Ce qui donne la même valeur que précédemment en raison de la faible vitesse verticale initiale et de l'arrondi. Celle-ci doit cependant être comptée et doit l'être négativement ($v_o = -1 \text{ m/s}$), car elle est vers le haut alors que l'axe est vers le bas.

28 Cet objet est en chute libre. Son accélération vaut donc g . On peut écrire pour un MRUA :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

29 Par définition de l'accélération, on a :

$$a = \frac{v - v_o}{t} = \frac{100/3,6 - 0}{4} = 6,94 \text{ m/s}^2$$

La distance parcourue est alors :

$$d = \frac{1}{2} \cdot 6,94 \cdot 4^2 = 55,56 \text{ m}$$

30 Le temps n'est pas donné. On doit donc écrire :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow$$

$$(100/3,6)^2 = (50/3,6)^2 + 2 \cdot a \cdot 59 \Rightarrow$$

$$a = \frac{(100/3,6)^2 - (50/3,6)^2}{2 \cdot 59}$$

$$= 4,905 \text{ m/s}^2$$

Ce qui représente une accélération d'un demi g .

31 Le temps de chute est le même que celui d'un objet tombant verticalement. En effet, seul le poids

est présent et l'objet est en chute libre. Ainsi, on peut écrire :

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{9,81}} = 1,01 \text{ s}$$

Si la vitesse horizontale est constante, on peut encore écrire pour la distance horizontale d parcourue :

$$d = v_{\text{horiz}} \cdot t = 2 \cdot 1,01 = 2,02 \text{ m}$$

32 Commençons par calculer la distance qu'elle a parcouru pendant la phase de poussée. Pour cela, on a la vitesse moyenne \bar{v} et le temps que dure le mouvement. Ainsi, on peut poser :

$$d_{\text{poussée}} = \bar{v} \cdot t = 3 \cdot 2 \cdot 60 = 360 \text{ m}$$

A ce moment-là, au bout de deux minutes et à 360 m d'altitude, la poussée cesse (le moteur s'arrête). Si on imagine un axe y orienté vers le haut et dont l'origine se situe au sol, on a donc une fusée qui se situe en $y_o = 360 \text{ m}$ avec une vitesse $v_o = 4 \text{ m/s}$ et qui n'est plus soumise qu'à son poids. Elle est donc en chute libre, même si elle monte, et son accélération dirigée vers le bas, dans le sens contraire du mouvement, est une décélération qui vaut : $g = -9,81 \text{ m/s}^2$. Pendant quelques instants, elle va donc encore monter jusqu'à s'arrêter. Pour calculer la distance sur laquelle elle s'arrête, comme on ne dispose pas du temps qu'elle met pour le faire, on doit écrire :

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow$$

$$0^2 = 4^2 + 2 \cdot (-9,81) \cdot d \Rightarrow$$

$$d = \frac{16}{2 \cdot 9,81} = 0,8155 \text{ m} = 81,55 \text{ cm}$$

Ainsi la hauteur totale à laquelle est parvenue la fusée vaut :

$$h_{\text{tot}} = 360 + 0,8155 = 360,8155 \text{ m}$$

Pour déterminer le temps de vol, on dispose en premier lieu du temps de poussée qui est de deux minutes. Il faut encore calculer le temps de chute de la fusée entre le moment où la poussée cesse et celui

ou elle arrive au sol. Pour cela, il faut écrire :

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + y_o \Rightarrow \\ y &= \frac{1}{2} \cdot (-9,81) \cdot t^2 + 4 \cdot t + 360 \Rightarrow \\ 0 &= -4,905 \cdot t^2 + 4 \cdot t + 360 \end{aligned}$$

car on cherche le temps mis pour arriver au sol, soit à $y = 0$. C'est une équation du second degré à une inconnue, dont la solution est :

$$\begin{aligned} t &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-4,905) \cdot 360}}{2 \cdot (-4,905)} \\ &= \frac{-4 \pm 84,14}{-9,81} = \begin{cases} -8,17 \text{ s} \\ 8,98 \text{ s} \end{cases} \end{aligned}$$

La solution $t = 8,98 \text{ s}$ est évidemment la bonne.

Le temps total est donc finalement de :

$$t_{tot} = 2 \cdot 60 + 8,98 = 128,98 \text{ s} \simeq 2 \text{ min } 9 \text{ s}$$

33 Pour Aristote, au moment où l'obus est sorti du canon, plus aucune action horizontale vers l'avant ne s'exerce sur lui. Il cessera donc de se déplacer horizontalement et retombera exactement là où il a quitté le canon.

Pendant l'élévation et la chute de l'obus, le scooter avance à vitesse constante. La distance dont il s'est déplacé par rapport à l'obus (qui n'a selon Aristote pas bougé horizontalement) est donc de :

$$d = v \cdot t = \frac{5}{3,6} \cdot 2 = 2,76 \text{ m}$$

34 Rappelons que selon Aristote, dès le moment où on a lâché le couteau, plus aucune force horizontale ne s'exerce sur lui et il va tomber parfaitement verticalement. Or, le bateau avance pendant ce temps. La distance au pied du mât à laquelle tombe le couteau est donc de :

$$d = v \cdot t = \frac{8}{3,6} \cdot 0,8 = 1,78 \text{ m}$$

35 Pour connaître la vitesse de rotation de la Terre à Paris, il faut connaître la distance parcourue en 24 h. Pour cela, il faut connaître sa distance r à l'axe de rotation de la Terre (voir figure L.4). On a d'après la figure L.4 que :

$$r = R \cdot \cos(\beta) = 6'371 \cdot \cos(48,8^\circ) = 4'197 \text{ km}$$

FIGURE L.4 – Chute aristotélicienne de la tour Eiffel.

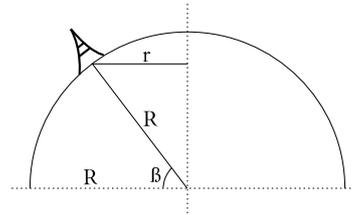
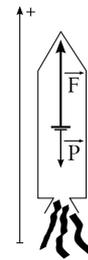


FIGURE L.5 – Une fusée.



car :

$$\begin{aligned} R &= R_{Terre} = 6'371 \text{ km} \\ \beta &= 48^\circ 48' = 48,8^\circ \end{aligned}$$

Ainsi, la vitesse de la tour Eiffel est :

$$\begin{aligned} v &= \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4'197}{24} \\ &= 1099 \text{ km/h} = 305 \text{ m/s} \end{aligned}$$

et, selon Aristote, pendant la chute de la pièce, la Tour Eiffel devrait s'être déplacée de :

$$d = v \cdot t = 305 \cdot 2,1 = 640,5 \text{ m}$$

Ce n'est évidemment pas le cas. L'inertie de la pièce l'en empêche.

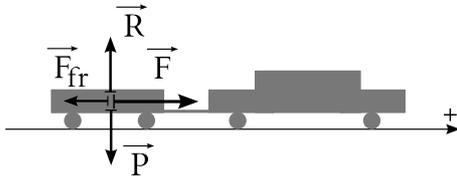
36 Le schéma de la situation est donné dans la figure L.5. La seconde équation de Newton s'écrit :

$$\vec{F} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

En projection sur l'axe et en raison de la définition du poids, on a :

$$F - P = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot a + m \cdot g$$

FIGURE L.6 – Une remorque



Or, comme l'accélération vaut :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{1000/3,6 - 0}{60} = 4,63 \text{ m/s}^2$$

on a :

$$F = 60 \cdot 10^3 \cdot 4,63 + 60 \cdot 10^3 \cdot 9,81 = 866'400 \text{ N}$$

37 Le schéma de la situation est donné par la figure L.6.

La remorque avance à vitesse constante. La première loi de Newton nous indique alors que la somme des forces qui s'exercent sur elle est nulle. On peut considérer successivement le cas des forces verticales et celui des forces horizontales.

Verticalement, la position de la voiture ne change pas. Elle est verticalement à l'arrêt. La réaction du sol \vec{R} est donc égale en grandeur, mais opposée, au poids \vec{P} , comme présenté dans la figure L.6.

Horizontalement par contre, la remorque se déplace. Mais elle le fait à vitesse constante et donc, là encore, la somme des forces horizontales qui s'exercent sur elle est nulle. La force de frottement \vec{F}_{fr} est égale en grandeur et opposée à la force \vec{F} exercée par la voiture pour tirer la remorque. Ainsi :

$$F = F_{fr} = 500 \text{ N}$$

Si la voiture a une accélération, la situation des forces verticales ne change pas. On a toujours : $\vec{R} = -\vec{P}$. Par contre, la somme des forces horizontales n'est plus nulle. On a, selon l'axe de la figure L.6 :

$$\begin{aligned} F - F_{fr} &= m \cdot a \Rightarrow \\ F &= m \cdot a + F_{fr} = 500 \cdot 5 + 500 = 3000 \text{ N} \end{aligned}$$

et la somme des forces qui s'exercent sur la remorque est :

$$F - F_{fr} = m \cdot a = 500 \cdot 5 = 2500 \text{ N}$$

38 Ce problème est identique au problème 36 de la fusée. Il suffit de remplacer la fusée par l'ascenseur et de considérer la force de propulsion de la fusée comme la force de traction du câble. Considérons donc la figure L.5. Selon l'axe considéré, on a :

$$\begin{aligned} F - P &= m \cdot a \Rightarrow \\ F &= m \cdot a + m \cdot g = 260 \cdot 4 + 260 \cdot 9,81 \\ &= 3590,6 \text{ N} \end{aligned}$$

39 Pour que la voiture ralentisse, il faut que la force qui s'exerce sur elle soit vers l'arrière. C'est la force de frottement du sol sur les roues qui la freine. En effet, sur la glace elle ne s'exerce pas et la voiture ne peut freiner.

Tant la force que l'accélération sont donc dirigées vers l'arrière. La décélération se calculant par :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \\ a &= \frac{0^2 - (50/3,6)^2}{2 \cdot 40} = -2,4 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

on trouve aisément la force de frottement de la route sur les pneus qui ralentit la voiture :

$$F_{fr} = m \cdot a = 2000 \cdot (-2,4) = -4'822,5 \text{ N}$$

Elle est négative, donc bien dirigée vers l'arrière.

40 Ce problème illustre bien l'importance du choix du système. Comme tout se déroule horizontalement, on ne va considérer que les forces horizontales. Les verticales existent, mais n'interviennent pas.

1. Comme on cherche la force nécessaire à l'augmentation de vitesse du train dans son entier, considérons pour système le train entier. Sa masse totale est $M = 300 \cdot 10^3 \text{ kg}$. Son accélération est :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} = \frac{10/3,6 - 0}{60} = 0,046 \text{ m/s}^2$$

On peut donc écrire :

$$F_{tot} = M \cdot a = 300 \cdot 10^3 \cdot 0,046 = 13'889 \text{ N}$$

2. Cette fois-ci, on cherche la force exercée sur une partie du train : les wagons. On ne va donc considérer comme système que les wagons. Une seule force F les tire vers l'avant avec la même

accélération que celle du train dans son ensemble. Leur masse est $m = 250 \cdot 10^3$ kg. On a donc :

$$F = m \cdot a = 250 \cdot 10^3 \cdot 0,046 = 11'500 \text{ N}$$

Valeur inférieure à celle du point précédent, car il ne faut pas tirer la locomotive.

3. Ici, le système est évidemment la locomotive seule de masse $m' = 50 \cdot 10^3$ kg. On peut donc calculer l'accélération :

$$\begin{aligned} F_{tot} &= m' \cdot a \Rightarrow \\ a &= \frac{F_{tot}}{m'} = \frac{13'889}{50 \cdot 10^3} = 0,28 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

et finalement le temps :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \Rightarrow t = \frac{10/3,6 - 0}{0,28} = 10 \text{ s}$$

- 41 Pendant la montée, la balle subit deux forces extérieures vers le bas : son poids $P = m \cdot g$ et la force de frottement F_{fr} . En prenant un axe vertical dirigé vers le haut, on peut donc écrire :

$$\begin{aligned} \sum F^{ext} &= -m \cdot g - F_{fr} = m \cdot a \Rightarrow \\ -0,1 \cdot 9,81 - 0,05 &= 0,1 \cdot a \Rightarrow \\ a &= -10,31 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

La balle a donc une décélération constante. Ainsi il s'agit d'un MRUA et, connaissant les vitesses initiale et finale et l'accélération, on peut écrire :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow \\ 0 &= 2^2 - 2 \cdot 10,31 \cdot h \Rightarrow \\ h &= 0,194 \text{ m} = 19,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Évidemment, elle monte moins haut que s'il n'y avait pas de frottements.

- 42 La première phase du mouvement se déroule à vitesse constante. La distance parcourue pendant cinq minutes, c'est-à-dire $1/12$ h, est donc donnée par :

$$d_{MRU} = v_o \cdot t = 10'000 \cdot \frac{1}{12} = 833,3 \text{ km}$$

La seconde phase du mouvement se déroule à accélération constante. En effet, la force de poussée et

la masse étant constantes, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \sum F^{ext} &= P = m \cdot a \Rightarrow \\ 1000 &= 9'000 \cdot a \Rightarrow \\ a &= 0,111 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Connaissant l'accélération, on peut ensuite calculer la distance parcourue en MRUA grâce au temps de poussée :

$$\begin{aligned} d_{MRUA} &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,111 \cdot 30^2 + \frac{10'000}{3,6} \cdot 30 \\ &= 83'383,3 \text{ m} = 83,4 \text{ km} \end{aligned}$$

Au total, la distance parcourue est donc de :

$$d_{tot} = d_{MRU} + d_{MRUA} = 833,3 + 83,4 = 916,7 \text{ km}$$

- 43 Son accélération, supposée constante, est donnée par :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \\ (0,01 \cdot 3 \cdot 10^8)^2 &= 0^2 + 2 \cdot a \cdot 30 \Rightarrow \\ a &= 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

La force totale qui s'exerce sur lui est alors donnée par :

$$F_{tot} = m \cdot a = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,5 \cdot 10^{11} = 1,37 \cdot 10^{-19} \text{ N}$$

- 44 Tant que l'araignée ne bouge pas, la force exercée par le fil est égale à son poids, c'est-à-dire :

$$F = m \cdot g = 0,005 \cdot 9,81 = 0,049 \text{ N}$$

Pendant sa chute, la seconde loi de Newton permet d'écrire, en utilisant un axe dans le sens de la chute :

$$\begin{aligned} \sum F^{ext} &= m \cdot g - F = m \cdot a \Rightarrow \\ 0,005 \cdot 9,81 - 0,01 &= 0,005 \cdot a \Rightarrow \\ a &= 7,81 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

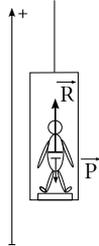
Avec une vitesse initiale nulle, le temps de chute sur une hauteur de 2 m est :

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow \\ t &= \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{7,81}} = 0,716 \text{ s} \end{aligned}$$

Et la vitesse finale est alors :

$$v = a \cdot t = 7,81 \cdot 0,716 = 5,59 \text{ m/s}$$

FIGURE L.7 – Un ascenseur



45 L'ensemble se comporte comme un système en une dimension dont l'accélération se fait dans le sens de la masse la plus grande et qui est freiné par la masse la plus faible. Si on définit le sens positif de l'axe dans le sens du mouvement, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \sum F^{ext} &= m_2 \cdot g - m_1 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow \\ 3 \cdot 9,81 - 2 \cdot 9,81 &= (2 + 3) \cdot a \Rightarrow \\ a &= 1,962 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

46 La figure L.7 présente la situation.

On choisit comme système la personne. Les forces extérieures sont alors :

- son poids \vec{P} et
- la force \vec{R} exercée par la balance sur la personne. Sa réaction, la force exercée par la personne sur la balance, permet à cette dernière de donner une indication du poids de la personne, indiqué malheureusement en kilogrammes (et non en newtons, comme cela devrait être le cas) par la balance.

Selon l'axe donné, on peut écrire :

$$R - P = m \cdot a \Rightarrow R = m \cdot a + m \cdot g$$

A partir de là, on peut considérer les différents cas :

1. Quand l'ascenseur prend de la vitesse, l'accélération vaut 2 m/s^2 . La réaction de la balance est alors :

$$R = 70 \cdot 2 + 70 \cdot 9,81 = 826,7 \text{ N}$$

et la balance indiquerait :

$$m = \frac{826,7}{9,81} = 84,3 \text{ kg}$$

La personne a un poids plus important qu'à l'arrêt et donc l'indication donnée en terme de masse par la balance pourrait laisser croire à de l'embonpoint.

2. Pendant la phase à vitesse constante, l'accélération vaut 0 m/s^2 . La réaction de la balance est alors :

$$R = 70 \cdot 0 + 70 \cdot 9,81 = 686,7 \text{ N}$$

et la balance indiquerait :

$$m = \frac{686,7}{9,81} = 70 \text{ kg}$$

La personne a le même poids qu'à l'arrêt et donc l'indication donnée en terme de masse par la balance est juste.

3. Quand l'ascenseur perd de la vitesse, l'accélération vaut -3 m/s^2 . La réaction de la balance est alors :

$$R = 70 \cdot (-3) + 70 \cdot 9,81 = 476,7 \text{ N}$$

et la balance indiquerait :

$$m = \frac{476,7}{9,81} = 48,6 \text{ kg}$$

La personne a un poids moins important qu'à l'arrêt et donc l'indication donnée en terme de masse par la balance pourrait laisser croire à une maladie.

On voit qu'une balance indique quelque chose de relatif à l'état de mouvement de la personne. Elle n'indique donc pas une quantité de matière, c'est-à-dire une masse. Une balance devrait donc être graduée en newtons. Elle l'est en kg, car on a l'habitude de se peser à l'arrêt (bien que la Terre tournant) et à la surface de la Terre. Dans ce cas bien précis, il suffit en effet de diviser son indication (ou de reporter face à la graduation une indication de masse) par g pour obtenir la masse.

47 La loi de la gravitation universelle donne :

$$\begin{aligned} F &= G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 1}{0,5^2} = 2,668 \cdot 10^{-10} \text{ N} \end{aligned}$$

48 Le poids à la surface de la Terre peut être calculé de deux manières. A l'aide de la loi de la gravitation universelle et à l'aide de sa définition

$P = m \cdot g$. Il s'agit de la même force. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} m \cdot g &= G \cdot \frac{M_{Terre} \cdot m}{R_{Terre}^2} \Rightarrow \\ g &= G \cdot \frac{M_{Terre}}{R_{Terre}^2} \Rightarrow \\ M_{Terre} &= \frac{g \cdot R_{Terre}^2}{G} \\ &= \frac{9,81 \cdot (6'372 \cdot 10^3)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \end{aligned}$$

49 Comme au problème 48, on a :

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

Mais ici il s'agit de la Lune. Ainsi :

$$\begin{aligned} g_{Lune} &= G \cdot \frac{M_{Lune}}{R_{Lune}^2} \\ &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7,35 \cdot 10^{22}}{(1,738 \cdot 10^6)^2} \\ &= 1,62 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

50 On a simplement :

$$F = k \cdot x = 800 \cdot 0,1 = 80 \text{ N}$$

51 Une masse de 100 g exerce une force

$$F = m \cdot g = 0,1 \cdot 9,81 = 0,981 \text{ N}$$

sur le ressort. On a donc :

$$F = k \cdot x \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{0,981}{0,12} = 8,175 \text{ N/m}$$

52 L'accélération de la voiture est (hypothèse MRUA) :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \\ a &= \frac{v^2 - v_o^2}{2 \cdot d} = \frac{13,8^2}{2 \cdot 40} \\ &= 2,41 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

La force exercée par la route sur les pneus est donc de :

$$F_{fr} = m \cdot a = 2000 \cdot 2,41 = 4822,5 \text{ N}$$

Or, par définition de la force de frottement sec, on a :

$$\begin{aligned} F_{fr} &= \mu \cdot R = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \\ \mu &= \frac{F_{fr}}{m \cdot g} = \frac{4822,5}{2000 \cdot 9,81} = 0,25 \end{aligned}$$

53 La force maximale entre les pneus et la route est donnée par :

$$F_{fr} = \mu_o \cdot R = \mu_o \cdot m \cdot g$$

On a alors :

1. Avec les roues avant uniquement, la force maximale est :

$$F_{fr} = 0,5 \cdot 600 \cdot 9,81 = 2943 \text{ N}$$

Et l'accélération :

$$a = \frac{F_{fr}}{m} = \frac{2943}{1000} = 2,943 \text{ m/s}^2$$

2. Avec les roues arrière uniquement, la force maximale est :

$$F_{fr} = 0,5 \cdot 400 \cdot 9,81 = 1962 \text{ N}$$

Et l'accélération :

$$a = \frac{F_{fr}}{m} = \frac{1962}{1000} = 1,962 \text{ m/s}^2$$

3. Avec les roues avant et arrière ensemble, la force maximale est :

$$F_{fr} = 0,5 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 4905 \text{ N}$$

Et l'accélération :

$$a = \frac{F_{fr}}{m} = \frac{4905}{1000} = 4,905 \text{ m/s}^2$$

54 La seconde loi de Newton permet de calculer la valeur de la force de traction :

$$\begin{aligned} F - m \cdot g &= m \cdot a \Rightarrow \\ F &= m \cdot a + m \cdot g \\ &= 50 \cdot 4 + 50 \cdot 9,81 = 690,5 \text{ N} \end{aligned}$$

La force de traction et le déplacement étant parallèles et de même sens, on a :

$$A = \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d = 690,5 \cdot 100 = 69'050 \text{ J}$$

55 Par définition de l'énergie potentielle, on a :

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 50 \cdot 9,81 \cdot 100 = 49'050 \text{ J}$$

Pour le calcul de l'énergie cinétique, si on fait l'hypothèse d'un MRUA, la vitesse de la masse au bout de 100 m est :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot d \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot a \cdot d} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 100} = 28,3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

et l'énergie cinétique est alors :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 28,3^2 = 20'022,25 \text{ J}$$

56 Dans chacun des cas, l'énergie cinétique se calcule par :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

– Un bon coureur met environ 10 s pour parcourir 100 m. Sa vitesse moyenne est donc de :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s}$$

Son énergie cinétique est donc de :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 10^2 = 4000 \text{ J}$$

– Simplement, on calcule l'énergie cinétique :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 10^2 = 40'000 \text{ J}$$

– Il faut mettre la masse en kg pour calculer l'énergie cinétique :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \cdot 800^2 = 3200 \text{ J}$$

57 Procédons par étapes :

– si on monte de 4 m, le poids et le déplacement sont opposés et le travail du poids est :

$$\begin{aligned} A &= m \cdot g \cdot d \cdot \cos(\alpha) \\ &= 3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot \cos(180) = -117,72 \text{ J} \end{aligned}$$

– lors d'un déplacement horizontal, le poids et le déplacement sont perpendiculaires et le travail est nul (car $\cos(90^\circ) = 0$),

– si on descend de 4 m, le poids et le déplacement sont dans le même sens et le travail du poids est :

$$\begin{aligned} A &= m \cdot g \cdot d \cdot \cos(\alpha) \\ &= 3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot \cos(0) = 117,72 \text{ J} \end{aligned}$$

– lors d'un déplacement horizontal, le poids et le déplacement sont perpendiculaires et le travail est nul (car $\cos(90^\circ) = 0$).

Ainsi, le travail total est la somme des travaux pour chaque déplacement :

$$A_{tot} = -117,72 + 0 + 117,72 + 0 = 0 \text{ J}$$

Le travail du poids pour un parcours fermé est donc nul. On dit d'une telle force qu'elle est "conservative". Ce n'est que pour de telles forces qu'il existe une énergie potentielle.

58 Par définition du travail, on a :

$$\begin{aligned} A &= \vec{F} \cdot \vec{d} = F \cdot d \cdot \cos(\alpha) \\ &= 15 \cdot 20 \cdot \cos(10^\circ) = 295,4 \text{ J} \end{aligned}$$

59 Pour rappel, résolvons tout d'abord le problème à l'aide de l'accélération. Nous sommes dans le cas d'un MRUA. Donc, on peut écrire :

$$\begin{aligned} v^2 &= v_o^2 + 2 \cdot a \cdot h \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 10} = 14 \text{ m/s} = 50,4 \text{ km/h} \end{aligned}$$

Pour résoudre le problème à l'aide de l'énergie, il faut considérer que toute l'énergie potentielle de la personne en haut du plongeur se transforme graduellement en énergie cinétique pendant sa chute. Si le zéro de l'énergie potentielle est choisi au niveau de l'eau, le plongeur n'a plus d'énergie potentielle lorsqu'il l'atteint. Elle s'est entièrement transformée en énergie cinétique. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} m \cdot g \cdot h &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 10} = 14 \text{ m/s} = 50,4 \text{ km/h} \end{aligned}$$

et le problème est résolu.

Cependant, il faut remarquer que l'égalité de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique dérive du théorème de conservation de l'énergie mécanique. En effet, comme c'est le cas ici, en l'absence de forces non conservatives, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta E_{mec} &= 0 \\ E_{mecf} - E_{meci} &= 0 \\ E_{potf} + E_{cinf} - E_{poti} - E_{cini} &= 0 \\ 0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h - 0 &= 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \end{aligned}$$

Remarquons enfin, que le problème est ici tout aussi facile à résoudre des deux manières. Cependant, dans le premier cas, on a pu le faire car on

sait qu'une chute libre est un MRUA. Pour d'autres types de mouvements, qui ne sont pas des MRUA, pour trouver la vitesse à partir de l'accélération, il faut résoudre une intégrale. Et là, cela peut être beaucoup plus difficile qu'en utilisant l'énergie.

60 On n'utilisera pas ici la méthode newtonienne, même si le problème peut être résolu de cette manière.

Fixons le zéro de l'énergie potentielle là où l'objet décolle. Alors, son énergie potentielle est nulle et son énergie cinétique maximale. En montant, il perd graduellement de l'énergie cinétique au profit de l'énergie potentielle. Arrivé au sommet de sa trajectoire, il s'arrête brièvement et son énergie potentielle est maximale alors que son énergie cinétique est nulle. On peut donc dire que toute son énergie cinétique du départ s'est transformée en énergie potentielle au sommet et écrire :

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ h &= \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{10^2}{2 \cdot 9,81} = 5,1 \text{ m}\end{aligned}$$

61 Commençons par calculer la vitesse à laquelle la tuile quitte le toit. La conservation de l'énergie mécanique implique que :

$$\begin{aligned}m \cdot g \cdot \Delta h &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (30 - 25)} = 9,9 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Cette vitesse est un vecteur qui fait avec l'horizontale un angle de 15° . La balistique (voir annexe 2.5.4) nous apprend qu'il faut décomposer le mouvement sur chaque axe. En particulier la vitesse initiale a les composantes suivantes :

$$\begin{aligned}v_x &= v \cdot \cos(\alpha) = 9,9 \cdot \cos(-15^\circ) = 9,56 \text{ m/s} \\ v_y &= v \cdot \sin(\alpha) = 9,9 \cdot \sin(-15^\circ) = -2,56 \text{ m/s}\end{aligned}$$

puisque le vecteur vitesse pointe sous l'horizontale ($\alpha < 0$).

En choisissant un système d'axes dont l'origine est au sol et au pied du bord du toit, on peut alors écrire les équations de la position de la tuile au

cours du temps :

$$\begin{aligned}x(t) &= v_x \cdot t = 9,56 \cdot t \\ y(t) &= -\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 + v_y \cdot t + y_0 \\ &= -\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 - 2,56 \cdot t + 25\end{aligned}$$

On cherche alors la position horizontale de la tuile au moment où elle arrive au sol, soit $x(t_{sol})$. Il faut donc calculer t_{sol} . Or, à ce moment là, $y(t_{sol}) = 0$. La seconde équation nous donne donc :

$$\begin{aligned}0 &= -\frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t_{sol}^2 - 2,56 \cdot t_{sol} + 25 \\ \Rightarrow &-4,905 \cdot t_{sol}^2 - 2,56 \cdot t_{sol} + 25 = 0\end{aligned}$$

C'est une équation du second degré à une inconnue t_{sol} . Sa solution est :

$$\begin{aligned}t_{sol} &= \frac{2,56 \pm \sqrt{2,56^2 + 4 \cdot 4,905 \cdot 25}}{2 \cdot (-4,905)} \\ &= \frac{2,56 \pm 22,3}{-9,81} = \begin{cases} -2,53 \text{ s} \\ 2 \text{ s} \end{cases}\end{aligned}$$

Évidemment, le temps correct est celui qui est positif.

Ainsi, $t_{sol} = 2$ s. La distance au pied du toit à laquelle la tuile arrivera est donc :

$$x(t_{sol}) = v_x \cdot t_{sol} = 9,56 \cdot 2 = 19,12 \text{ m}$$

62 Simplement, on a :

$$\begin{aligned}\Delta E_{cin} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2000 \cdot \left(\left(\frac{10}{3,6} \right)^2 - \left(\frac{5}{3,6} \right)^2 \right) = 5787 \text{ J}\end{aligned}$$

63 La puissance de chute est :

$$\begin{aligned}P &= \eta \cdot Q \cdot g \cdot h = \\ &= 0,4 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 22 = 2,59 \text{ kW}\end{aligned}$$

La chute a donc une puissance de 2590 W. Son frigo et sa machine à laver ont une puissance totale de 2,2 kW. Reste donc $2590 - 2200 = 390$ W pour les ampoules. Or, $390/40 = 9,75$. Robinson pourra donc utiliser 9 ampoules.

64 Le débit de la prise d'eau est de :

$$Q = 0,05 \cdot 30 = 1,5 \text{ l/s} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

La puissance de chute est donc de :

$$\begin{aligned} P &= \eta \cdot Q \cdot g \cdot h = \\ &= 0,4 \cdot 1,5 \cdot 9,81 \cdot 22 = 129,5 \text{ W} \end{aligned}$$

Or, faire monter une masse de 60 kg d'une hauteur de deux étages, soit 4 m, demande une énergie de :

$$E = m \cdot g \cdot h = 60 \cdot 9,81 \cdot 4 = 2'354,4 \text{ J}$$

Compte tenu des frottements, l'énergie totale nécessaire est de $2 \cdot 2'354,4 = 4'708,8 \text{ J}$. Soit, pour une montée en 2 min, une puissance de :

$$P = \frac{E}{t} = \frac{4'708,8}{2 \cdot 60} \simeq 40 \text{ W}$$

Ainsi, si 40 W sont nécessaires, Robinson n'utilise certainement pas les quelques 130 W fournis par la chute d'eau. L'ascenseur est donc réalisable.

65 Le nombre de ménages est de $30'000/2,5 = 12'000$. Il faut donc fournir une énergie de :

$$E = 12'000 \cdot 3'000 = 36'000'000 \text{ kWh} = 36 \text{ GWh}$$

Sur une année, cette énergie représente une puissance moyenne de :

$$P = \frac{E}{t} = \frac{36 \cdot 10^9}{365 \cdot 24} = 4'110 \text{ W}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} P &= \eta \cdot Q \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ Q &= \frac{P}{\eta \cdot g \cdot h} \\ &= \frac{4'110}{0,9 \cdot 9,81 \cdot 74} = 6,3 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Il faut donc choisir une turbine Francis.

66 La puissance du vent est donnée par la relation 4.10 :

$$P_{vent} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v^3$$

Soit avec une surface $S = \pi \cdot R^2$, une vitesse en unités SI $v = 6 \text{ m/s}$ et les valeurs données :

$$\begin{aligned} P_{vent} &= \frac{1}{2} \cdot 1,293 \cdot \pi \cdot 22^2 \cdot 6^3 \\ &= 212'333 \text{ W} = 212,333 \text{ kW} \end{aligned}$$

67 La vitesse linéaire en bout de pale vaut donc :

$$v = \frac{277,2}{3,6} = 77 \text{ m/s}$$

Or, un tour représente une distance en bout de pale : $d = 2 \cdot \pi \cdot 30 = 188,5 \text{ m}$. La vitesse de rotation est donc de :

$$v = \frac{77}{188,5} = 0,41 \text{ tr/s}$$

La puissance du vent vaut, selon l'équation 4.10 :

$$\begin{aligned} P_{vent} &= \frac{1}{2} \cdot 1,293 \cdot \pi \cdot 30^2 \cdot \left(\frac{32,4}{3,6}\right)^3 \\ &= 1'332'565 \text{ W} = 1'332,6 \text{ kW} \end{aligned}$$

Comme l'éolienne tourne à $\eta = 90\%$ de la limite de Betz, on a, selon l'équation 4.12 :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \eta \cdot \frac{16}{27} \cdot P_{vent} \\ &= 0,9 \cdot 0,593 \cdot 1'332'565 = \\ &= 710'701 \text{ W} = 710 \text{ kW} \end{aligned}$$

68 On a, selon l'équation 4.12, que :

$$\begin{aligned} \Delta P &= \eta \cdot \frac{16}{27} \cdot P_{vent} \Rightarrow \\ P_{vent} &= \frac{27 \cdot \Delta P}{16 \cdot \eta} \\ &= \frac{27 \cdot 40}{16 \cdot 0,4} = 168,75 \text{ W} \end{aligned}$$

Il s'agit de la puissance du vent nécessaire pour alimenter l'ampoule. On a donc, selon l'équation 4.10 :

$$\begin{aligned} P_{vent} &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot v^3 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v^3 \Rightarrow \\ R &= \sqrt{\frac{2 \cdot P_{vent}}{\rho \cdot \pi \cdot v^3}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 168,75}{1,293 \cdot \pi \cdot 4^3}} \\ &= 1,14 \text{ m} \end{aligned}$$

Il faut donc utiliser une petite éolienne de 1,14 m de rayon.

69 L'équation 5.3, page 91, permet de calculer la puissance ΔP nécessaire pour chauffer une masse de 100 kg d'eau :

$$\begin{aligned}\Delta P &= \frac{E}{t} = \frac{m \cdot c_{eau} \cdot \Delta\theta}{t} \\ &= \frac{100 \cdot 4'180 \cdot 20}{4 \cdot 3600} = 581 \text{ W}\end{aligned}$$

L'équation 4.14 nous donne alors la surface cherchée S :

$$\begin{aligned}\Delta P &= S \cdot (B \cdot P - K \cdot \Delta\theta) \Rightarrow \\ S &= \frac{\Delta P}{B \cdot P - K \cdot \Delta\theta} \\ &= \frac{581}{0,8 \cdot 120 - 3 \cdot 20} = 16,2 \text{ m}^2\end{aligned}$$

70 On calcule tout d'abord la puissance fournie par les capteurs :

$$\begin{aligned}\Delta P &= S \cdot (B \cdot P - K \cdot \Delta\theta) \Rightarrow \\ &= 5 \cdot (0,7 \cdot 150 - 2 \cdot 15) = 375 \text{ W}\end{aligned}$$

Cela signifie que les capteurs produisent une énergie $E = 375 \text{ J/s}$. Chaque seconde, il faut donc évacuer cette énergie. La masse d'eau nécessaire pour cela est donnée par l'équation 5.3, page 91 :

$$\begin{aligned}E &= m \cdot c_{eau} \cdot \Delta\theta \Rightarrow \\ m &= \frac{E}{c_{eau} \cdot \Delta\theta} \\ &= \frac{375}{4'180 \cdot 15} = 6 \text{ g}\end{aligned}$$

C'est une masse qui correspond à un volume de :

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{V} \Rightarrow \\ V &= \frac{m}{\rho} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{1} = 6 \text{ ml}\end{aligned}$$

En effet, la masse volumique de l'eau est de 1 kg/l. Le débit est donc très faible et vaut $D = 6 \text{ ml/s} = 21,6 \text{ l/h}$.

71 L'énergie annuelle produite par les 8 m^2 de cellules est, compte tenu d'un rendement d'environ 15%, c'est-à-dire 20 W/m^2 :

$$E = 8 \cdot 20 \cdot 24 \cdot 365 = 1'401,6 \text{ kWh}$$

La couverture solaire ne suffit donc pas. Il manque $2'500 - 1'401,6 = 1'098,4 \text{ kWh}$. Cela représente une puissance de :

$$P = \frac{E}{t} = \frac{1'098,4}{24 \cdot 365} = 125,4 \text{ kW}$$

Notes

²Voir le site du télescope spatial Hubble : <http://hubble.nasa.gov/multimedia/astronomy.php> notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à la NASA.

⁴Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:End_of_universe.jpg notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à la NASA.

⁵Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Giordano_Bruno.jpg

⁷Voir le site de l'encyclopédie wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Vie_du_soleil.jpg

⁹Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil> notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à son auteur Greg Goebel.

¹¹Voir le site du télescope spatial Hubble : op cit. Remerciements à la NASA.

¹³Voir le site du télescope spatial Hubble : ibid. Remerciements à la NASA.

¹⁵Voir le site du télescope spatial Hubble : ibid. Remerciements à la NASA.

¹⁶Voir : http://fr.wikipedia.org/wiki/Plan%C3%A8tes_extrasolaires

¹⁸Voir le site de Hubble : <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2005/03/image/a/>

²⁰Voir le site de l'encyclopédie wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Solar_sys.jpg Remerciements à la NASA.

²²Voir le site de l'encyclopédie : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Portrait_de_famille_%281_px_%3D_1000_km%29.jpg Remerciements à la NASA.

²³voir : http://fr.wikipedia.org/wiki/Nuage_de_Oort

²⁴Voir <http://fr.wikipedia.org/wiki/Leonides>

²⁶Voir le site du télescope spatial Hubble : ibid. Remerciements à la NASA.

²⁸Voir le site de l'encyclopédie wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Leonid_Meteor_Storm_1833.jpg

³⁰Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Moon_Earth_Comparison.png. Remerciements à la NASA.

³²Voir le site de l'encyclopédie : <http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:TerreOrbiteLuneEtPhases.png>

³⁴Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Orbite-lune-soleil.png>

³⁵Voir aux sujet des éclipses l'excellent site de l'institut de mécanique céleste : <http://www.imcce.fr/>

³⁷Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Crab_Nebula.jpg notamment pour le copyright de l'image.

³⁹Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil> notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à son auteur Christophe Dang Ngoc Chan.

⁴¹Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Accueil> notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à son auteur Pickwick.

⁴³Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:8orbitals.jpg> notamment pour le copyright de l'image.

⁴⁴Voir : <http://cui.unige.ch/isi/ssc/phys/Rubbia-Klapisch.html>

⁴⁶Voir le site de la NASA (notamment pour le copyright : sans copyright) : <http://grin.hq.nasa.gov/ABSTRACTS/GPN-2002-000069.html>

⁴⁷Les missions Apollo : <http://perso.wanadoo.fr/alexandre.schwenk/index.htm>

⁴⁹Voir le site de Wikicommon (notamment pour le copyright : sans copyright) : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Andromeda_collision.jpg

⁵⁰Voir <http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Galilee.jpg>

⁵¹Mes plus vifs remerciements à Emilio Segrè Visual Archives pour son autorisation de reproduire ici ce document. Le lien vers l'image est : <http://photos.aip.org/quickSearch.jsp?qsearch=Newton+isaac+H5&group=10&Submit=GO>

⁵²Voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Johannes_Kepler_1610.jpg

⁵⁴Voir le site de wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Kepler_Optica.jpg notamment pour le copyright de l'image.

⁵⁵Voir http://fr.wikipedia.org/wiki/La_Physique_%28Aristote%29

⁵⁶Voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Aristotle_by_Raphael.jpg

⁵⁷Voir <http://en.wikipedia.org/wiki/Image:GodfreyKneller-IsaacNewton-1689.jpg>

⁵⁹Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Cavendish-lab.jpg> notamment pour le copyright de l'image.

⁶⁰Voir wikicommons : http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1b/Wikiman_1m80.svg

⁶²Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Rollercoaster_Tornado_Aventurenpark_Hellendoorn_Netherlands.jpg

⁶⁴Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Finowkanal-treidel.jpg>

⁶⁶Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Mozaic-garden009.jpg>

⁶⁸Voir le site : <http://www.emosson-lac.ch/barrage.htm>

⁷⁰Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:S_vs_pelton_schnitt_1_zoom.png

⁷²Voir le site de l'encyclopédie : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Photoelectric_effect.png

⁷⁴Voir le site de l'encyclopédie : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:4inch_poly_solar_cell.jpg

⁷⁵voir le site OutilsSolaires : <http://www.outilssolaires.com/pv/prin-bilan.htm>

⁷⁶voir aussi l'étude : "Compared assessment of selected environmental indicators of photovoltaic electricity in OECD cities" à l'adresse : http://www.eupvplatform.org/fileadmin/Documents/Brochure-indicateurs_26_pays.pdf

⁷⁸Voir le site de l'encyclopédie : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Tableau-lindal.jpg>

⁷⁹Voir le site de l'encyclopédie : http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Boiling_nuclear_reactor.png

⁸¹Voir le site de l'encyclopédie : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Combustion_methane.png

⁸³Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Fahrenheit_Celsius_scales.jpg pour l'image de gauche et http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Celsius_kelvin_estandar_1954.png pour l'image de droite, notamment pour le copyright.

⁸⁴Voir http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Sadi_Carnot.jpeg

⁸⁶Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Eclipse_lune.jpg, notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à son auteur Luc Viatour.

⁸⁷http://www.iap.fr/InformationCommunication/ArticlesGrandPublic/Etoiles/Transit/transit_parallaxe_mars_1672.html

⁸⁸http://www.iap.fr/InformationCommunication/ArticlesGrandPublic/Etoiles/Transit/transit_parallaxe_mars_1672.html

⁹⁰Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Tychonian.gif> notamment pour le copyright de l'image.

⁹²Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Milky_Way_2005.jpg. Image dans le domaine public. Remerciements à la NASA.

⁹³Voir le site http://www.dil.univ-mrs.fr/~gispert/enseignement/astronomie/5eme_partie/voieLactee.php

⁹⁵Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Galileo_Galilei\%2C_Discorsi_e_Dimostrazioni_Matematiche_Intorno_a_Due_Nuove_Scienze\%2C_1638_\%281400x1400\%29.png.

⁹⁷Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Image:Navstar-2.jpg> notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à la NASA.

⁹⁹Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Bay_of_Fundy.jpg notamment pour le copyright de l'image. Remerciements à son auteur Samuel Wantman.

¹⁰¹Voir le site de l'encyclopédie Wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Limite_de_Roche notamment pour le copyright de l'image.

¹⁰²Voir le site de RhônEole : <http://www.rhoneole.ch/>

¹⁰³Voir le site de Juvent : <http://www.juvent.ch/>

¹⁰⁴Voir les sites de Géothermie : <http://www.geothermal-energy.ch/> et <http://www.ader.ch/energieaufutur/energies/geothermie/index2.php>

¹⁰⁵voir dépliant "Nos déchets = notre énergie" sur le site : <http://www.cridor.ch/content/doc/brochures.php>

¹⁰⁶Voir l'article complet à l'adresse : <http://rspb.royalsocietypublishing.org/content/274/1626/2711> ou un lien à l'adresse http://dinonews.net/rubriq/articles.php5?ref=2007_sellers_speed

Bibliographie

- ALDER, K. (2005). *Mesurer le monde. L'incroyable histoire de l'invention du mètre*. Flammarion, original 2002, 2005 pour la traduction, flammarion édition. Ouvrage remarquable qui interroge sur l'unification des systèmes d'unités.
- BALIBAR, F., LÉVI-LEBLOND, J.-M. et LEHOUCQ, R. (2005). *Qu'est-ce que la matière*. Le pommier/Cité des sciences et de l'industrie, Paris. Petit ouvrage d'une clarté extraordinaire.
- BIARNAIS, M.-F. (1985). *isaac newton, principia mathematica*. Christian Bourgois.
- CASOLI, F. et ENCRENAZ, T. (2005). *Planètes extrasolaires*. Belin Pour la science.
- DELAMBRE, J.-B. J. (1821). *Histoire de l'astronomie moderne*. Courcier, Paris. Ce livre est publié par google book à l'adresse <http://books.google.ch> sous "Histoire de l'astronomie moderne". Il existe aussi son pendant "Histoire de l'astronomie ancienne".
- GALILEI, G. (1992). *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*. Seuil Points Sciences.
- GOULD, S. J. (2005). *Le renard et le hérisson*. Seuil, science ouverte, harmony books, new york, 2003 édition.
- GRUBER, C. (1988). *Mécanique générale*. Presses polytechniques romandes, CH-1015 Lausanne, première édition. Ouvrage très complet mais très mathématique.
- GUÉRIN, O. (2004). *Tout savoir sur les marées*. Éditions Ouest-France. Excellent ouvrage qui décompose l'analyse du phénomène des marées en différents rythmes. Cela permet une très grande clarté dans l'explication astronomique et essentiellement newtonienne (même si les marées côtières sont abordées).
- HAWKING, S. (2003). *Sur les épaules des géants*. Dunod, Paris.
- LÉVY-LEBLOND, J.-M. (1996). *Aux contraires L'exercice de la pensée et la pratique de la science*. Gallimard nrf essais.
- LÉVY-LEBLOND, J.-M. (2006). *De la matière relativiste quantique interactive*. Traces écrites, Édition du Seuil.
- LHOMME, J.-C. (2004). *Les énergies renouvelables*. Delachaux et Niestlé, réimpression 2005, second tirage édition.
- LINDEMANN, E. (1999). *Mécanique*. DeBoeck Université.
- NOLLERT, H.-P. et RUDER, H. (2008). *Carnets de voyages relativistes. De la terre vers un trou noir*. Belin, Pour la science.
- OLLIVIER, P. (2006). *Éoliennes, quand le vent nous éclaire*. Privat.
- REEVES, H. et LENOIR, F. (2003). *Mal de Terre*. Édition du Seuil, Paris.
- ROBREDO, J.-F. (2007). Comment l'univers à perdu tout point fixe. *Ciel et Espace*, Juin 2007.
- ROCCHI, J. (2000). *Giordano Bruno après le bûcher*. Complexe. Un ouvrage fantastique qui remet Galilée à sa juste place.
- SIMAAN, A. (2002). Sur l'expérience d'éraclote. *Bulletin de l'Union des physiciens*, 96:1193–1196. Suite à l'article "Histoire des sciences : une expérience pédagogique en seconde", BUP No 843, avril 2002.
- SIMAAN, A. (2006). *La science au péril de sa vie ; les aventuriers de la mesure du monde*. Vuibert / Adapt.
- SIMON, B. (2007). *La marée La marée océanique côtière*. Institut océanographique, Paris-Monaco. Ouvrage très complet et très mathématique d'analyse du phénomène de marée. La description statique de Newton est donnée en terme

de changement de référentiel non inertiel et en langage vectoriel. Mais la construction de Procor y est très précisément justifiée, ce qui est un grand mérite. La description dynamique constitue le principal de l'ouvrage et se fonde sur l'analyse de Laplace. C'est un ouvrage qui nous place au coeur même des modèles mathématiques nécessaires pour prévoir les marées.

VAUCLAIR, S. (2006). *La naissance des éléments. Du big bang à la Terre*. Odile Jacob, Paris.

Index

A

absolu, 17
abstract, 108
accélération, 35, 38, 42, 44, 51, 54, 55, 114
 instantanée, 35
 moyenne, 35
 terrestre, 39, 41
accélération
 centripète, 128, 130
accident nucléaire, 80
action, 75
 à distance, 54
activité, 82
agitation moléculaire, 88
air, 47
Alexandrie, 101, 141
allongement, 66
Alpha du Centaure, 141
alternateur, 74, 75
altitude, 55, 123
amas de galaxies, 18
Andromède, 19, 37
année, 23
anneau d'astéroïdes, 134
annexe, 108, 109
antimatière, 31
apesanteur, 42, 58, 59
aphélie, 133
apogée, 24, 133
Apollo, 36, 37, 104
Aristote, 38, 41, 47–51
Assouan, 101
astrogénèse, 28
atome, 28, 29
 naturel, 28
attraction, 37, 41, 43, 51, 54
Atwood, 145

axe de rotation, 22
axiomes, 51
azote, 29

B

balance, 56, 131
balistique, 40–42, 113
balle, 40
barrage, 74, 137, 139, 140
barre de contrôle, 81, 83
basse mer, 131, 132
béryllium, 29
Bessel, 106
Betz, 77
big bang, 19, 28
boiler, 78
bombes à hydrogène, 83
bore, 29
boson, 31
Brahé Tycho, 44, 45
Bruno Giordano, 19, 125–127
but du travail pratique, 108

C

canon, 113
capsule, 37
carbone, 29
Carnot Nicolas Léonard, 91
carré
 de la distance, 54
 du temps, 39
cartésien, 33
Cassini, 104, 105
cause
 du changement du mouvement, 53
 du mouvement, 51, 53
ceinture

d'astéroïde, 21
 de Kuiper, 21
 Celsius, 87
 centre
 de l'univers, 48
 de la terre, 48
 centre de gravité, 62, 129
 centrifuge, 58
 centripète, 58
 chaleur, 73, 87, 89, 90
 latente, 89, 90
 spécifique, 89
 champ
 de gravitation, 127
 chauffage, 78
 urbain, 80
 cheval vapeur, 70
 choc galactique, 19
 chute libre, 3, 38, 40, 41, 54, 113
 cinéma, 33
 cinématique, 32, 33, 48
 d'Aristote, 48
 cinématique, 128
 cinq éléments, 48
 circonférence
 de la Terre, 60
 de la terre, 101, 103
 circulaire, 33
 clarté, 107, 112
 Cléomède, 101
 coefficient de frottement
 cinétique, 65
 statique, 65
 colatitude, 100
 comète, 22
 combustion
 des ordures, 78
 du méthane, 84
 comète, 45
 concision, 107
 conclusion du travail pratique, 110
 conduction, 77
 conduite forcée, 137
 conservation de l'énergie, 72
 constante de la gravitation universelle, 54
 construction
 de Proctor, 62, 63
 convection, 77
 conversion, 95
 coordonnée, 18, 33, 99, 100

circulaire, 43
 sphériques, 99
 corps
 ponctuel, 54
 sphérique, 54
 corpuscule, 31
 cosmologie, 18, 47
 aristotélicienne, 45
 de Platon, 48
 courbure, 41, 42
 courbure de l'espace, 125, 128
 cratère
 lunaire, 45
 cristal, 66
 cristallin, 45
 croûte terrestre, 80
 croute terrestre, 133

D

débit, 74
 aménagé, 137
 de restitution, 137
 décélération, 53
 déchet radioactif, 82
 déconstruction, 76
 défaut de masse, 81
 degré
 Celsius, 87
 centigrade, 87
 Fahrenheit, 87
 Delambre, 102
 demi-grand axe, 44
 demi-vie, 82
 déplacement, 34
 dérivée, 35
 description de l'expérience, 108
 désintégration, 29
 deutérium, 28
 deuxième loi de Newton, 62
 diamètre
 apparent, 102
 diamètre apparent, 24
 dilatation du temps, 125
 dimension, 18, 33
 discussion, 110
 dissipation de l'énergie, 73
 distance
 de freinage, 65
 parcourue, 34
 dualité onde corpuscule, 31

dynamique, 33, 43, 48
d'Aristote, 49

dynamomètre, 65

E

eau

élément, 47
chaude sanitaire, 78, 79

écart, 109

éclipse, 60

annulaire, 25
de Lune, 103
de Soleil, 103
lunaire, 25
solaire, 25, 60
totale, 25

écliptique, 22, 23, 25, 99, 101, 132, 133

EE, 96

effet

de serre, 84
photoélectrique, 77, 79

Eiffel, 49

Einstein, 43, 50, 125

électron, 28, 29

ellipse, 22, 42, 106, 133

elliptique, 22

énergie, 69, 87, 114

éolienne, 76
cinétique, 71, 74, 77, 90
de combustion, 83
des déchets, 140
grise, 77, 79
hydraulique, 73, 137
interne, 90
mécanique, 72
non renouvelable, 80
potentielle, 70, 74, 90
renouvelable, 73
solaire, 77
électrique, 79
thermique, 77, 78

éolienne, 138, 139

épicycle, 116

équateur, 117

terrestre, 115

équigravité, 37

équinoxe, 132

Ératosthène, 60, 101, 141

erreur, 109

systématique, 109

espace courbe, 43

état

de mouvement, 48
de repos, 51

éter, 47

Étoile

Polaire, 22

étoile, 19, 20, 22

à neutrons, 21, 111
du matin, 22
du soir, 22
filante, 22
nouvelle, 111

Everest, 55

excentricité, 106

exemple de calcul, 110

exoplanète, 21

EXP, 96

expansion, 18, 19, 37, 111

extrados, 76

extrasolaire, 21

F

Fahrenheit, 87

fermion, 31

feu, 47

filaments, 111

fioul, 83

fission, 81, 82

fluide calorporteur, 78, 81

forage, 80, 139

force, 48, 50, 51, 58

électrique, 28, 29, 54

électromagnétique, 53

centrifuge, 57, 58, 62, 127, 128

centripète, 57–59

conservative, 71, 73

d'inertie, 57, 62, 64, 127–131

de frottement, 71

de gravitation, 28, 42, 53, 55, 56, 128

de marée, 131

de réaction, 65

dissipative, 71, 73

extérieure, 51, 52

faible, 53

fictive, 57–59, 127, 128

fondamentale, 31, 53

forte, 28, 53, 81

inertielle, 127

foyer, 106

d'une ellipse, 44
 freinage, 53
 frottement, 38, 40, 42, 50, 53, 65, 72
 sec, 65
 fusion, 29, 83, 87

G _____

galaxie, 19, 20, 37
 Galilée, 39, 45, 49, 113, 125
 Galilei Galileo, 39
 gaz
 à effet de serre, 76, 77, 80, 84
 carbonique, 84
 interstellaire, 29
 naturel, 78, 84
 géante rouge, 20, 21, 29
 géocentrique, 50
 géostationnaire, 58, 123
 géothermie, 80, 139
 Giordano Bruno, 49, 50
 gnomon, 101
 grande ourse, 22
 grandeur, 111
 graphe horaire, 39, 112
 graphique, 109
 gravité, 37
 gravitation, 3, 19, 37
 universelle, 43
 graviton, 31

H _____

Heisenberg, 30
 héliocentrique, 50
 hélium, 28
 hémisphère, 23
 Hooke, 55
 Hooke Robert, 55
 hydrogène, 28

I _____

imminence de glissement, 65
 immobilité de la terre, 116
 incertitude, 103, 109, 110, 112
 inertie, 49, 115–117
 infini, 19
 interaction fondamentale, 31
 interstellaire, 19
 intrados, 76
 invariance, 127, 128
 du temps, 126

formelle, 127, 128
 Io, 133
 irrigation, 76

J _____

joule, 69
 jovienne, 22
 Jupiter, 22

K _____

Kelvin, 88
 Kepler, 44, 45
 Johanes, 45
 première loi, 44
 seconde loi, 44
 troisième loi, 44, 105
 kilowattheure, 73
 kinéma, 33
 kWh, 73

L _____

latitude, 18, 100
 Leibnitz, 55
 Léonides, 22
 lepton, 31
 liaison, 81
 interatomique, 66
 libre, 38
 licence GFDL, 2
 lieu naturel de repos, 48
 ligne des nœuds, 26
 limite de Betz, 77, 139
 limite de la deuxième loi, 57
 limite de Roche, 133
 lithium, 28, 29
 Local Standard of Rest, 118
 loi
 de l'action et de la réaction, 51
 de l'inertie, 51
 de la gravitation, 51
 de la gravitation universelle, 42, 54, 55, 123
 fondamentale, 51
 fondamentale de la dynamique, 51
 loi de la gravitation universelle, 61
 lois fondamentales de la dynamique, 52
 longitude, 18, 100
 Lune, 22, 36, 41, 59
 Noire, 25

M _____

marée, 3, 60, 129
 côtière, 61, 133
 champ vectoriel, 63
 d'équinoxe, 132
 de basse mer, 61
 de déclinaison, 133
 de morte eau, 61
 de périégée, 133
 de périhélie, 133
 de pleine mer, 61
 de vive eau, 61
 de vives et mortes eaux, 132
 haute, 61
 océanique, 64
 théorie ondulatoire, 61
 théorie statique, 61
 marée noire, 80
 marnage, 132
 Mars, 104
 masse, 38, 51, 56
 critique, 81
 des astres, 59
 volumique, 74
 mât, 139
 mazout, 83
 MCU, 43, 47, 48, 58
 mécanique, 32, 47
 d'Aristote, 50
 de Newton, 50
 Mendeleïev, 21
 mesure
 de distance, 101
 météore, 22
 Michelson et Morley, 118
 minute d'arc, 95
 molécule, 28
 monde
 sublunaire, 47, 59
 supralunaire, 59
 Mont Soleil, 76
 morte eau, 132
 moteur idéal, 91
 mouvement, 32, 33
 accélééré, 44
 balistique, 44
 central, 42
 circulaire, 41, 57
 uniforme, 43, 44, 47, 48, 123
 circulaire uniforme, 59, 130
 composé, 48

divin, 48
 elliptique, 59
 naturel, 43, 48
 rectiligne
 uniformément accéléré, 38, 39
 uniforme, 35, 51
 rectiligne uniforme, 127
 simple, 35, 112
 uniforme, 44
 violent, 48
 MRU, 35–38, 40, 41, 43, 112, 127
 MRUA, 38–42, 112–114
 multiple, 96

N

naine
 blanche, 21
 noire, 21
 nébuleuse, 19
 du crabe, 111
 planétaire, 21
 neutrino électronique, 31
 neutron, 28, 29
 Newton, 37, 43, 47, 50, 59
 newton, 53
 Newton Isaac, 52
 notation
 d'ingénieur, 96
 scientifique, 96
 Nouvelle Lune, 25
 nouvelle lune, 25, 132
 nuage de Oort, 22
 nucléon, 31, 81

O

obus, 40
 onde, 29, 31
 opposition, 105
 optique, 51
 orbite, 22, 23, 36, 58, 99, 123
 circulaire, 42, 116
 de mars, 44, 116
 elliptique, 44, 45, 55, 105, 106, 116
 géostationnaire, 45
 ordonnée, 36
 origine, 33
 oxygène, 29

P

pale, 76, 138, 139

- palier
 de fusion, 90
 de liquéfaction, 90
 de solidification, 90
 de vaporisation, 90
- parabole, 38, 39, 42
- parallaxe, 104–106
 stellaire, 106
- paramètre, 111
- Paris-Cayenne, 105
- parsec, 95, 141
- particule, 29
 élémentaire, 29, 30
- Partie théorique, 108
- pc, 95
- pendule, 111
- pendule de Foucault, 50
- périgée, 24, 133
- périhélie, 133
- période, 59, 111, 123
 de révolution, 44
 de rotation, 42
 sidérale, 115, 117
 synodique, 60
- pétrole, 83
- phase
 de vénus, 45
- phase lunaire, 25
- phases de Vénus, 50
- physique
 quantique, 3
- plan
 de l'écliptique, 63
- plan incliné, 113
- planète, 21, 22
- plastique, 66
- Platon, 38, 47, 59
- pleine lune, 25, 132
- pleine mer, 131, 132
- Pline l'Ancien, 101
- pluralité des mondes, 126
- Pluton, 22
- poids, 41, 54–56, 59
 apparent, 56, 57
 relatif, 129, 131
- Polaire, 104
- polyèdre
 régulier, 45
- pompe à chaleur, 80
- pont du Gard, 40, 41
- portance, 76
- position, 33, 34, 36, 38, 51, 99, 119
- positron, 31
- première loi, 51
 de la thermodynamique, 91
- premier principe, 91
- principe
 d'incertitude, 30
 d'indétermination, 30
 de conservation de l'énergie, 72
- Principia mathematica, 51
- procédure, 144
- proton, 28, 29
- Proxima du Centaure, 106
- pseudo-force, 58, 63, 128
 centrifuge, 63, 64, 129
 d'inertie, 63
- Ptolémée, 116
- puissance, 69, 70
 de chute, 74
 installée, 73, 137
 solaire
 moyenne, 78
 utile, 78
- pulsar, 111
- Q** —————
- quantique, 31
- quanton, 31
- quark, 31
- quartier lunaire, 25
- R** —————
- radian, 22
- radioactivité, 82
- rail incliné, 112
- rapport
 de laboratoire, 107
 de travail pratique, 108
- rayon de la Terre, 141
- réaction, 75
 en chaîne, 81
- référentiel, 117, 118
 absolu, 118
 accéléré, 57
 en rotation, 59, 63
 inertiel, 58, 59, 63, 127
 non accéléré, 59
 non inertiel, 59, 63, 127, 128
 non-inertiel, 58

tournant, 127, 129
 règle de Betz, 77, 138
 relativité, 17, 116
 générale, 43, 47
 restreinte, 19, 47, 118
 relativité, 125
 de Galilée, 127
 générale, 3, 128
 galiléenne, 125, 128
 restreinte, 125, 127
 rendement
 hydraulique, 74
 maximum, 91
 optique, 78
 photoélectrique, 79
 repos naturel, 48
 ressort, 56, 66
 résultats, 108
 résumé, 108
 rétine, 45
 rétrogradation, 116
 Richer, 104
 Riehen, 80
 rotation
 de la Terre, 115
 de la terre, 115
 du Soleil, 117
 roue à aube, 75

S

saison, 23
 d'éclipse, 26
 satellite, 3, 37, 43, 45, 50, 58, 123
 de jupiter, 45
 Saturne, 134
 scaphé, 102
 scolastique, 49
 seconde
 d'arc, 95
 loi, 51
 de Newton, 114, 123
 seconde loi, 127
 séisme, 80
 SI, 95
 silicium
 monocristallin, 79
 polycristallin, 79
 Soleil, 22, 115
 soleil, 20, 21, 76
 solstice, 132

 d'été, 101
 sous-multiple, 96
 sphérique, 33, 99
 sphère
 cristalline, 45
 stade, 102
 statique, 65
 Strabon, 101
 structure, 17
 de rapport, 107
 subatomique, 27
 sublunaire, 38, 41, 47
 super amas, 17
 supergéante, 21
 supernovae, 21, 29
 supralunaire, 38, 41
 Syène, 101
 Système
 International d'unités, 95
 système
 d'axes, 33
 de coordonnées circulaires, 99
 solaire, 21
 système
 internationnal, 88

T

tableau, 109
 périodique, 21
 tache
 solaire, 45
 tache solaire, 50
 Tchernobyl, 83
 tellurique, 22
 température, 87, 89, 90
 temps, 17, 18, 39
 de vol, 41
 Terre, 22
 terre, 47
 théorie des humeurs, 47
 théorème
 d'addition des vitesses, 126
 de conservation, 69
 de l'énergie cinétique, 71
 de l'énergie mécanique, 71
 de l'énergie cinétique, 71
 thermodynamique, 91
 titre, 108
 toupie, 23
 trajectoire, 22, 29, 31

- transformation
 de Galilée, 128
 galiléenne, 126
- transmutation, 83
- travail, 69, 90
- troisième loi, 51
- tropique
 du Cancer, 101
- trou noir, 21
- trous noir, 3
- turbine, 74, 80, 82, 137
 Francis, 75
 Kaplan, 75
 Pelton, 75
- Tycho Brahé, 116
- type de force, 53
- U** —————
- UA, 95
- unité, 95
 de longueur, 33
- Univers, 38
- univers, 17, 19, 41
 bulle, 18
- V** —————
- vapeur, 82
- vaporisation, 87
- variable, 111
- variation de l'énergie mécanique, 73
- vent, 76
- vénus, 22
- vitesse, 30, 34, 38, 39, 42, 48
 angulaire, 130
 constante, 51, 125
 instantannée, 34
 linéaire, 130
 moyenne, 34
 scalaire, 44
- vive eau, 132
- Voie Lactée, 117
- voie lactée, 20, 37
- volcanisme, 133
- W** —————
- watt, 70, 73
- Z** —————
- zénith, 101, 129, 132, 141
- zone contaminée, 83